ՀՏԴ 378.148.53 ֆիզիկա

ԴԱՍԱԿԱՆ ԴԻՆԱՄԻԿԱՅԻ ՊԱՐԶ ԽՆԴՐԻ ԱՌԱՆՁՆԱՀԱՏԿՈՒԹՅԱՆ ՄԱՍԻՆ

Ալբերտ ԱԼԵՔՍԱՆՅԱՆ, Արսեն ԶԱՔԱՐՅԱՆ

Բանալի բառեր՝ *դրեյֆ, տատանումներ, սկզբնական ֆազ, ամպլիտուդ, միջին էներգիա, միջին արագություն, լիցք, զանգված, դիֆերենցիալ հավասարում:*

Ключевые слова: *дрейф, колебания, начальная фаза, амплитуда, средняя энергия, средняя скорость, заряд, масса, дифференциальное уравнение.*

Key words: *drift, oscillations, initial phase, amplitude, average energy, average speed, charge, mass, differential equation.*

ОБ ОСОБЕННОСТИ ПРОСТОЙ ЗАДАЧИ КЛАССИЧЕСКОЙ ДИНАМИКИ

Ал.Алексанян, А.Захарян

Показано, что движение частицы под действием периодически изменяющейся силы в общем случае не представляет собой чисто колебательное движение, а может также совершать дрейф.

ON THE SINGULARITY OF A SIMPLE PROBLEM OF CLASSICAL DYNAMICS

Al. Aleksanyan, A.Zakaryan

It is shown that the motion of a particle under the action of a periodically varying force in the general case does not represent purely oscillatory motion, but also drift.

Դիտարկենք m զանգվածով լիցքավորված մասնիկի շարժումը համասեռ փոփոխական էլեկտրական դաշտում [1]

$$\overrightarrow{E} = \vec{\imath}\, E_x = \vec{\imath}\, E_0 \cos(\omega t + \alpha) \tag{1}$$

որտեղ ω ցիկլային հաճախությունն է , E_0՝ էլեկտրական դաշտի լարվածության վեկտորի ամպլիտուդը:

Լիցքավորված մասնիկի շարժման հավասարումը, այդ դեպքում կընդունի հետևյալ տեսքը՝

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{q}{m} E_0 \cos(\omega t + \alpha) \tag{2}$$

որտեղ q մասնիկի լիցքն է:

(2) հավասարման լուծումը ընտրում ենք հետևյալ տեսքով՝ [2]

$$x(t) = A\cos(\omega t + \alpha) + Bt + C \tag{3}$$

որտեղ A,B,C –ն հաստատուններ են, որոնք որոշվում են սկզբնական պայմաններից: Համարում ենք, որ ժամանակի սկզբնական $t = 0$ պահին մասնիկը գտնվում էր դադարի վիճակում $x = 0$ կետում, այսինքն

$$x(t = 0) = 0, \quad \frac{dx}{dt}(t = 0) = 0 \tag{4}$$

Ընտրելով (2) հավասարման լուծումը (3) –ի տեսքով, սովորաբար ելնում են դրանից, որ եթե գործող ուժը կրում է տատանողական բնույթ, ապա արագացումներն էլ կունենան տատանողական բնույթ: Դիտարկվող դեպքում կփոփոխվի կոսինուսոիդալ օրենքով, քանի որ արագացումը կրում է տատանողական բնույթ, ապա շարժումն էլ գոնե մասամբ կլինի տատանողական :

Ելնելով դրանից (3) հավասարման մեջ ներածվում է գումարելի, որը համեմատ է $\cos(\omega t + \alpha)$: Այն հնարավորությունը, որ մասնիկը կարող է ունենալ սկզբնական v_0 արագություն թելադրում է ավելացնել Bt գումարելին, որը հնարավորություն է տալիս հաշվի առնել ցանկացած արժեք ունեցող սկզբնական արագություն, նույն թվում $v_0 = 0$:

Դիֆերենցելով (3) -ը երկու անգամ գտնում ենք

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 A cos(\omega t + \alpha) \tag{5}$$

Հետևաբար (3)-ը հանդիսանում է (2) հավասարման լուծումը, եթե իրագործվում է հետևյալ պայմանը

$$-\omega^2 A cos(\omega t + \alpha) = \frac{2}{m} E_0 cos(\omega t + \alpha) \quad (6)$$

այսինքը՝ $$A = -\frac{qE_0}{m\omega^2} \quad (7)$$

Տեղադրելով (7) –ը (3) –ում, կստանանք

$$x(\mathrm{t}) = -\frac{qE_0}{m\omega^2} cos(\omega t + \alpha) + Bt + C \quad (8)$$

Հաշվի առնելով սկզբնական պայմանները (8) -ում մասնիկի արագության համար կստանանք

$$\frac{dx}{dt}(t = 0) = v_0 = -\frac{qE_0}{m\omega} sin\alpha + B \quad (9)$$

B հաստատունի ընտրությունը կատարվում է այնպես, որպեսզի իրագործվի

$$\frac{dx}{dt}(t = 0) = 0 \quad \text{պայմանը } B = \frac{qE_0}{m\omega} sin\alpha \quad (10)$$

$x(\mathrm{t}) = 0$ պայմանից գտնում ենք, որ

$$C = \frac{qE_0}{m\omega^2} cos\alpha \quad (11)$$

Այսպիսով (8) –ը ընդունում է հետևյալ տեսքը՝

$$x(\mathrm{t}) = -\frac{qE_0}{m\omega^2} cos(\omega t + \alpha) + \left(\frac{qE_0}{m\omega} sin\alpha\right) t + \frac{qE_0}{m\omega^2} cos\alpha \quad (12)$$

և որոշում է մասնիկի շարժման օրենքը նշանափոխ էլեկտրական դաշտում

$$E = E_0 cos(\omega t + \alpha)$$

Ստացված արդյունքից կարելի է եզրակացնել, որ մասնիկի շարժումը բաղկացած է տատանողական շարժումից և և համընթաց շարժումից, որը կատարվում է հաստատուն դրեյֆային արագությամբ

$$v = \frac{qE_0}{m\omega} sin\alpha \quad (13)$$

Նկատենք, որ դրեյֆը դադարում է միայն $\alpha = 0$ դեպքում :

Երբ $\alpha = -\frac{\pi}{2}$ դեպքում մասնիկի վրա ազդող ուժը հավասար է $qE_0 sin\omega t$ [1] դրեյֆային շարժումը կատարվում է միևնույն ուղղությամբ և հաստատուն $v = \frac{qE_0}{m\omega}$ արագությամբ: Դա տեղի է ունենում, որովհետև տվյալ մասնակի դեպքում մասնիկի արագությունը երբեք նշանը չի փոխում: Իրոք ինտեգրելով շարժման հավասարումը

$$\frac{dv}{dt} = \frac{qE_0}{m} sin\omega t \quad (14)$$

Կստանանք՝ $$v(\mathrm{t}) = \frac{\mathrm{q}E_0}{m\omega}(1 - cos\omega t) \quad (15)$$

Դժվար չէ նկատել, որ մասնիկի արագությունը հավասար է զրոյի միայն պարբերության սկզբում $(t = 0)$ և վերջում $(t = T)$: [1]

Դիտարկենք մասնիկի կինետիկ էներգիան՝

$$\varepsilon_{?} = \frac{mv^2}{2}, \quad (16)$$

որտեղ $v(\mathrm{t})$ -ի համար ունենք հետևյալ արտահայտությունը.

$$v(\mathrm{t}) = \frac{\mathrm{q}E_0}{m\omega} sin(\omega t + \alpha) - \frac{\mathrm{q}E_0}{m\omega} sin\alpha \quad (17)$$

Տեղադրելով (17) - ը (16) ում և միջինացնելով ըստ տատանումների պարբերությամբ կինետիկ էներգիայի համար կստանանք `

$$\langle\varepsilon_{?}\rangle = \langle\frac{q^2 E_0^2}{4m\omega^2}\rangle + \langle\frac{q^2 E_0^2}{2m\omega^2} sin^2\alpha\rangle \quad (18)$$

Առաջին անդամը `մասնիկի տատանողական շարժման միջին էներգիան է:

Երկրորդ անդամը՝ մասնիկի դրեյֆի միջին էներգիան է :

Եթե $\alpha = \frac{\pi}{2}$ երկրորդ անդամը երկու անգամ մեծ է առաջինից:

Ակներև է, որ մասնիկների դրեյֆը պարբերական ուժերի ազդեցությամբ տեղի է ունենում ցանկացած բնույթի ուժերի համար:

Դիտարկենք հետևյալ խնդիրը՝ [3]

m զանգվածով մասնիկը, մոդուլով հաստատուն F ուժի ազդեցությամբ, շարժվում է որոշակի p հարթությունում, ընդ որում ուժի վեկտորը այդ հարթությունում պտտվում է հաստատուն ω անկյունային արագությամբ: Հաշվի առնելով, որ t=0 պահին մասնիկը գտնվում էր դադարի վիճակում:

Գտնել՝

ա) մասնիկի արագության կախումը ժամանակից:

բ) երկու իրար հաջորդող կանգառների միջև ընկած ճանապարհը և այդ ընթացքի միջին արագությունը:

$\vec{F} = F_0(\vec{i}\cos\omega t + \vec{j}\sin\omega t)$ ω հաճախությամբ պտտվող ուժն է, որի պրոյեկցիաները՝ $F_x = F_0\cos\omega t,\ F_y = F_0\sin\omega t$:

Նյուտոնի երկրորդ օրենքի համաձայն՝ $m\dfrac{dv_x}{dt} = F_0\cos\omega t,\ m\dfrac{dv_y}{dt} = F_0\sin\omega t,$

ինտեգրումը տալիս է $v_x = \int\dfrac{F_0}{m}\cos\omega t = \dfrac{F_0}{m\omega}\sin\omega t + c_1,\ v_y = \int\dfrac{F_0}{m}\sin\omega t = -\dfrac{F_0}{m\omega}\cos\omega t + c_2,$

$v_x(t=0) = v_y(t=0) = 0$ խնդրի պայմանից գտնենք $c_1,\ c_2$

$$0 = \frac{F_0}{m\omega}0 - c_1\ c_1 = 0 \qquad\qquad 0 = \frac{F_0}{m\omega}1 + c_2\ c_2 = -\frac{F_0}{m\omega},$$

այսպիսով՝ $v_x = \dfrac{F_0}{m\omega}\sin\omega t,\ v_y = -\dfrac{F_0}{m\omega}(1-\cos\omega t),$

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \frac{F_0}{m\omega}\sqrt{2(1-\cos\omega t)} = \frac{2F_0}{m\omega}\sin\frac{\omega t}{2},\ \Delta s = \int_{t_1}^{t_2} v(t)dt$$

V=0, երբ $t_1 = 0,\ t_2 = \dfrac{2\pi}{\omega}$

$$\Delta s = \int_0^{2\pi/\omega}\frac{F_0}{m\omega}\sin\frac{\omega t}{2}dt = -\frac{4F_0}{m\omega^2}\cos\frac{\omega t}{2}\Big|_0^{2\pi/\omega} = -\frac{4F_0}{m\omega^2}(-1-1) = \frac{8F_0}{m\omega^2},$$

այսպիսով՝ $\Delta s = \dfrac{8F_0}{m\omega^2}$, միջին արագությունը՝ $\langle v\rangle = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \left(\dfrac{8F_0}{m\omega^2} / \dfrac{2\pi}{\omega}\right) = \dfrac{8F_0\omega}{2\pi m\omega^2} = \dfrac{4F_0}{\pi m\omega}$:

ԳՐԱԿԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

1. Ч.Киттель, В.Найт, М.Рудерман. Берклеевский курс физики, т.1, Механика, Наука, М. 1983.

2.Академик Л.И.Мандельштам. Лекции по теории колебаний. Наука, М. 1972.

3. И.Е. Иродов. Задачи по общей физике. Наука, М. 1979.

Տվյալներ հեղինակների մասին.

Ալբերտ Ալեքսանյան, ֆ/մ.գ.դ., պրոֆեսոր, ԱրՊՀ

Արսեն Զաքարյան

Հոդվածը տպագրության է երաշխավորել խմբագրական կոլեգիայի անդամ, ֆ.մ.գ.դ. - Ալեքսանյանը: