

Альберт Алексанян  
 Арцахский государственный университет

**ЭФФЕКТ НАСЫЩЕНИЯ В ПОЛУПРОВОДНИКОВЫХ НАНОГЕТЕРОСТРУКТУРАХ**

Рассмотрено взаимодействие между классическим электромагнитным полем и квантово-размерным слоем лазерной гетероструктуры. Выявлена зависимость коэффициентов поглощения и показателя преломления от интенсивности излучения.

Ключевые слова: гетероструктуры, поглощения и усиления, когерентное излучение.

Albert Aleksanyan  
 Artsakh State University

**THE SATURATION EFFECTS IN SEMICONDUCTOR HETEROSTRUCTURES**

The interaction between the classical electromagnetic field and quantum dimensional layer of the laser heterostructure is considered. The dependence of the absorption coefficient and the refractive index of the radiation intensity is revealed.

Key words: heterostructures, absorption and amplification, coherent radiation.

Ալբերտ Ալեքսանյան  
 Արցախի Պետական Համալսարան

**ՀԱԳԵՑՄԱՆ ԷՖԵԿՏ ԿԻՍՍԱԶԱՂՈՂԴՉԱՅԻՆ ՆԱՆՈՂԵՏԵՐՈՎԱՌՈՒՑՎԱԾՔՆԵՐՈՒՄ**

Դիտարկվում է դասական էլեկտրամագնիսական դաշտի և չափային քվանտացված շերտի լազերային հետերոկառուցվածքի փոխազդեցությունը: Բացահայտված է կլանման գործակցի և բեկման ցուցչի կախվածությունը ճառագայթման ինտենսիվությունից:

Բանալի բառեր – հետերոկառուցվածքներ, կլանման և ուժեղացում, համահունչ ճառագայթում:

1. Рассмотрим взаимодействие между классическим электромагнитным полем  $\vec{E}$  и квантово-размерным слоем (КРС) лазерной гетероструктуры. Это взаимодействие будет описано системой связанных нелинейных дифференциальных уравнений, решения которых объясняет многие нелинейные свойства среды такие, как зависимость коэффициента поглощения (усиления) и показателя преломления от интенсивности излучения, а также генерацию когерентного излучения в лазерах.

Для решения поставленной задачи необходимо вычислить вектор поляризации КРС с учетом насыщения [1].

Вектор поляризации единицы объема определяется выражением:

$$\vec{P} = \bar{n} Sp(\hat{\rho} \hat{\rho}) = \frac{1}{V} \bar{n} \sum_{\vec{k}, \vec{k}'} \frac{2S}{2\pi} \int d\vec{k} d\vec{k}' \rho_n^{ba}(\vec{k}, \vec{k}') R_{mn}(\vec{k}, \vec{k}') \quad (1)$$

где множитель 2 учитывает два спиновых состояния, S-площадь, V-объем

$$\rho_{nm}^{ab}(\vec{k}, \vec{k}') = \langle \vec{k} na | \hat{\rho} | \vec{k}' mb \rangle \quad (2)$$

матричный элемент оператора плотности  $\rho$

$$R_{mn}(\vec{k}', \vec{k}) = \langle \vec{k}' mb | e^{\vec{r}} | \vec{k} na \rangle \quad (3)$$

матричный элемент дипольного перехода,  $\vec{k}, \vec{k}'$ -волновой вектор электрона в плоскости квантового слоя;  $\bar{n}$ -полная плотность носителей заряда, включая валентную и зону проводимости.

Здесь введено суммирование по энергетическим зонам  $a, b$  и подзонам  $m, n$ , поскольку для данного значения  $\vec{k}$  может существовать много различных энергетических зон и подзон.

Сформулируем основные приближения.

В полупроводниках групп  $A_3B_5$ ,  $A_2B_6$ , из которых в основном и составлены гетероструктуры, зонная структура хорошо описывается двухзонной моделью Кейна [2]. В этом случае будут рассмотрены те члены выражения (1), которые связаны с переходами между валентной зоной, соответствующей  $a, b=V$  и зонной проводимости  $a, b=c$ .

Гамильтониан такой системы определяется выражением

$$\hat{H} = \hat{H}_0 + \hat{H}', \text{ где}$$

$\hat{H}_0$  удовлетворяет уравнению на собственные значения и собственные функции  $\hat{H}_0|\Psi\rangle = \varepsilon(\vec{k})|\Psi\rangle$  и может быть записан в матричном виде

$$\hat{H}_0 = \begin{pmatrix} \varepsilon_{c,v}(\vec{k}) & 0 \\ 0 & \varepsilon_{v,c}(\vec{k}) \end{pmatrix} \quad (4)$$

Т.к. оператор электрического дипольного момента определяется выражением (3), то соответствующий гамильтониан взаимодействия  $\hat{H}' = -\vec{r}\vec{E}$  равен

$$\hat{H}' = \begin{pmatrix} 0 & \vec{R}^{cv}\vec{E} \\ \vec{R}^{vc}\vec{E} & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

Собственные функции гамильтониана  $H_0$  находятся в приближении эффективной массы и имеют вид:

$$\Psi_{nk}^{c,v}(\vec{r}) = \int_{c,v} U_{c,v}(\vec{r}) \Phi_n^{c,v}(\vec{r}) \exp(i\vec{k}\vec{r}) \quad (6)$$

где  $U_{c,v}(\vec{r})$  модулирующий множитель Блоха,  $\Phi_n^{c,v}(\vec{r})$  - огибающая функция, слабо изменяющаяся по сравнению с  $U_{c,v}(\vec{r})$ , которая определяется видом потенциальной ямы.

Используя (6) матричный элемент дипольного момента, можно представить как:

$$\vec{R}_{mn}^{c,v}(\vec{k}) = \left[ \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_n^{c,v}(\vec{r}) \vec{r} \Phi_m^{c,v}(\vec{r}) dx \right] \delta(\vec{k} - \vec{k}') \vec{R} \quad (7)$$

где  $\vec{R} = \int_{\Omega_0} U_v e^{\vec{r}} U_c d\vec{r}$ ,  $\Omega_0$  - объем элементарной ячейки. Для многих систем практически используемых

гетероструктур множитель в квадратных скобках можно с большой точностью представить в виде символа Кронекера  $\delta_{nm}$ . Строгость выполнения правила отбора может нарушаться как дефектами, так и неидеальностью реальных структур [3].

В [4-6] было показано, что дипольный момент в гетероструктуре с КРС в отличии от объемных сред обладает анизотропией по отношению направления поля  $\vec{E}$  и с учетом правил отбора (7) представляется в виде

$$|\vec{R}_n^{c,v}(\vec{k})|^2 = \begin{cases} |R_0|^2 (\varepsilon_{c,v} + \cos^2 \Theta) & TE \\ |R_0|^2 \sin^2 \Theta & TM \end{cases} \quad (8)$$

$$|R_n^{c,v}(\vec{k})|_{LH}^2 = |R_0|^2 \left[ \varepsilon_{c,v} - \frac{3}{4} (\varepsilon_{c,v} + \cos^2 \Theta) \right]$$

где  $\cos^2 \Theta = \frac{\varepsilon_n}{\varepsilon_{c,v} + \varepsilon_n}$ ,  $R_0$  - величина дипольного момента в объемном материале, которая дается выражением [2]

$$|R_0|^2 = \frac{\hbar^2 e^2}{6m_0 \hbar^2 \omega_{n\vec{k}}} \left( \frac{m_0}{m_c^*} - 1 \right) \frac{\varepsilon_{c,v} \varepsilon_n + \Delta}{\varepsilon_{c,v} + \frac{2}{3} \Delta} \quad (9)$$

$$\hbar\omega_{n\vec{k}} = \varepsilon_g + \varepsilon_{n\vec{k}} + \varepsilon_{m\vec{k}}, \quad \varepsilon_{n\vec{k}} = \varepsilon_{\vec{k}} + \varepsilon_n$$

С учетом принятых приближений (1) можно переписать в виде

$$\langle \bar{P} \rangle = \frac{\bar{v}}{V} \sum_n \frac{2S}{2\pi} \int dk \bar{R}_n(\mathbf{k}) \quad (10)$$

$$\bar{R}_n(\mathbf{k}) = \rho_{nn} \bar{R}_n^{cv}(\mathbf{k}) + \bar{\rho}_{n,n}^{vc} \rho_{nn} \quad (11)$$

плотность поляризации на единицу объема в  $(\mathbf{k}, n)$  пространстве.

Таким образом выражения (11) и (15) идентичны по форме соответствующим соотношениям в случае двухуровневой среды. Поэтому с помощью аналогичных преобразований, приведенных в [7], нетрудно получить систему связанных дифференциальных уравнений, описывающие поведение КР среды при наличии электромагнитного поля. Чтобы система уравнений была замкнутой, необходимо включить уравнение поля, которое учитывает обратное воздействие динамических свойств среды на поле. Далее, используя предположение о медленности изменения амплитуд  $E(t)$ ,  $R_1(t)$ ,  $R_2(t)$ , получим следующую систему уравнений Максвелла-Блоха:

$$\bar{E} = -\frac{1}{\tau} \bar{E} + \frac{2\pi\omega}{\beta} \bar{n} \sum_n ik \bar{R}_{2n}(\mathbf{k}) \quad (\text{поле в резонаторе}) \quad (12)$$

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \bar{E}(\mathbf{k}, z) = \frac{2\pi\omega}{c} \bar{n} \sum_n ik \bar{R}_{2n}(\mathbf{k}) \quad (13a)$$

$$2(k^2 - \omega^2) \bar{E}(\mathbf{k}, z) = 2\pi^2 \bar{n} \sum_n ik \bar{R}_{1n}(\mathbf{k}) \quad (13b)$$

$$\bar{R}_{1n}(\mathbf{k}) = -\frac{\bar{R}_{1n}(\mathbf{k})}{T_2} + \omega \cdot \omega_{n,k} \bar{R}_{2n}(\mathbf{k}) \quad (14)$$

$$\bar{R}_{2n}(\mathbf{k}) = -\frac{\bar{R}_{2n}(\mathbf{k})}{T_2} + \frac{|R_{n,k}^{cv}|^2}{\hbar} \Delta \rho - \omega \cdot \omega_{n,k} \bar{R}_{1n}(\mathbf{k}) \quad (15)$$

$$\Delta \rho + \frac{\Delta \rho - \Delta \rho^0}{T_1} = -\frac{1}{\hbar} \bar{R}_{2n}(\mathbf{k}) \cdot \bar{E} \quad (16)$$

Здесь  $R_{2n}(\mathbf{k})$  и  $R_{1n}(\mathbf{k})$  амплитуды активной и реактивной к полю составляющих вектора плотности поляризации  $\bar{R}_n(\mathbf{k})$ ,  $\tau_\phi$  - время жизни фотона в резонаторе,  $\beta$  - показатель преломления вне резонансных переходов,  $T_2(E)$  - время релаксации поляризации, в общем случае учитывающее влияние генерации сильного поля,  $T_1$  - время междузонной релаксации,  $\Delta \rho = \rho_c - \rho_v$ ;

$\Delta \rho^0 = \rho_c^0 - \rho_v^0$ ;  $\rho_{c,v}^0 = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} f_{c,v}(\mathbf{k})$ ;  $f_{c,v}(\mathbf{k})$  - функция распределения Ферми-Дирака,  $\omega$  - частота

излучения,  $\hbar\omega_{nk} = \hbar\omega_g + \frac{\hbar^2 k^2}{2\mu^*} + \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu^* d^2} n^2$ ,  $\frac{1}{\mu^*} = \frac{1}{m_c} + \frac{1}{m_v}$

Эти уравнения позволяют анализировать как когерентное взаимодействие, длительность которых меньше времен релаксаций  $T_1$  и  $T_2$ , так и некогерентное.

Обычно некогерентные оптические эффекты описываются кинетическими уравнениями детального равновесия [8]. В тоже время нетрудно показать, что такие уравнения есть просто частный случай когерентных уравнений Максвелла-Блоха, получив их из уравнений (14-16) в стационарном пределе, т.е. когда левые части этих уравнений равны нулю.

При точном решении уравнений (14-16) в стационарном пределе, будут проанализированы нелинейные характеристики, обусловленные насыщением оптических констант в зависимости от параметров КРС и излучения.

Таким образом имеем:

$$R_{2n}(\mathbf{k}) = \frac{2\pi}{\hbar} \left[ f_c^0(\mathbf{k}, \bar{k}) - f_v^0(\mathbf{k}, \bar{k}) \right] \frac{\xi}{-1 + \xi} \frac{|R_{n,k}^{cv}|^2 E T_2}{\hbar} \quad (17)$$

$$R_{1,n}(\vec{k}) = \sqrt{\hbar} 2\pi \int_{\vec{k}} \left[ f_c^0(\vec{k}, \vec{k}) - f_v^0(\vec{k}, \vec{k}) (\omega - \omega_{n,\vec{k}}) T_2 \frac{\xi}{1+\xi} \frac{|R_{n\vec{k}}^{cv}|^2 E T_2}{\hbar} \right] \quad (18)$$

$$\rho_c(\vec{k}, \vec{k}) - \rho_v(\vec{k}, \vec{k}) = \sqrt{\hbar} 2\pi^2 \int_{\vec{k}} \frac{f_c^0(\vec{k}, \vec{k}) - f_v^0(\vec{k}, \vec{k})}{1+\xi} \quad (19)$$

$$\text{где } \xi = \frac{\hbar^2}{T_2^2 \left[ \hbar\omega - \hbar\omega_{n,\vec{k}} + \hbar/T_2 \right]}, \quad I = T_1 \cdot T_2 E^2 |R_{n,\vec{k}}^{cv}|^2 / \hbar^2$$

Абсорбционные характеристики КРС получим подстановкой (17) в (13а). Умножая при этом обе части (13а) на  $\left( |R_{n\vec{k}}^{cv}|^2 \cdot T_1 \cdot T_2 E / \hbar^2 \right)$  и переходя от интегрирования в импульсном пространстве к энергетическому получим:

$$\left( \frac{\partial}{\partial z} + \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \right) \rho(\vec{k}, z) = -\alpha(\vec{k}, z) \rho(\vec{k}, z) \quad (20)$$

$$\text{где } \alpha(\vec{k}, z) = -\frac{\mu^* \omega}{\pi \hbar^3 d} \sum_n |R_{n\vec{k}}^{cv}|^2 \frac{T_2}{\pi} \frac{\xi}{1+\xi} (f_c^0 - f_v^0) d(\hbar\omega_{n\vec{k}}) \quad (21)$$

коэффициент поглощения, нелинейность которого учитывается знаменателем  $(1 + \xi I)$ . Дисперсионные характеристики

КРС получим, если подставим (18) в синфазные уравнения (13б), для показателя преломления  $n = \frac{c}{\omega} K$ , получим:

$$n^2 = 1 + \frac{2\mu^*}{\pi \hbar^4 d} \sum_n |R_{n\vec{k}}^{cv}|^2 \frac{T_2}{\pi} \frac{1}{1+\xi} (f_c^0 - f_v^0) (\hbar\omega - \hbar\omega_{n,\vec{k}}) d(\hbar\omega_{n,\vec{k}}) \quad (22)$$

Заметим, что выражения (20) и (21) позволяют анализировать усиление бегущей волны в полупроводниковом лазерном усилителе с КРС, в случае инверсии, т.е.  $f_c - f_v > 0$ .

Следует также отметить, что в случае, когда квантовый слой является усиливающей средой, то при прохождении света частоты  $\omega$ , убыль электронов на уровне  $\mathcal{E}^c = \hbar\omega - \mathcal{E}_g - \frac{\pi^2 \hbar^2}{2\mu^* d^2} - \frac{\hbar^2 k^2}{2m_v^*}$  может “деформировать” функцию

распределения  $f_c^0(\mathcal{E}_{n\vec{k}})$ , однако вследствие того, что влияние электрон-электронных столкновений и внутризонной релаксации  $T_2$  много меньше времен индуцированных переходов  $T_1$ , то функция распределения, очевидно, очень близка к фермиевской функции распределения квазиуровнем Ферми зависящей от амплитуды световой волны. Т.е. наблюдение выгорания спектрального провала представляется весьма проблематичным. Другими словами, ширина возможного провала или так называемой однородной ширины (по аналогии с двухуровневыми атомами) сравнима с шириной полосы излучения лазера.

Следовательно, в рамках некогерентного взаимодействия излучения с активной средой лазера, спектральная кривая в целом будет демонстрировать свойства однородного уширенной линии.

2. Рассмотрим оптическую нелинейность, связанную с межзонами переходами или динамический эффект Бурштейна-Мосса. Суть эффекта весьма проста. При фундаментальном поглощении излучения в полупроводниках концентрация электронов в зоне проводимости и дырок в валентной зоне возрастает. Рост полной концентрации неравновесных носителей в зонах приводит к уменьшению числа свободных состояний в зоне проводимости, куда идут оптические переходы, и к уменьшению занятых электронами состояний в валентной зоне, из которых идут оптические переходы. Чем дальше от дна соответствующих зон расположены состояния, между которыми идут оптические переходы, тем большее число неравновесных носителей необходимо для их заполнения. Поэтому насыщение поглощения за счет динамического эффекта Бурштейна-Мосса будет наиболее сильным, если энергия квантов используемого излучения порядка ширины запрещенной зоны полупроводника.

Эксперименты показали, что полностью оптические механизмы, приводящие к сильной зависимости показателя преломления от интенсивности излучения, обусловлены соответствующими механизмами насыщения поглощения вблизи его края, где наблюдается значительный рост коэффициента поглощения при малом увеличении энергии квантов излучения. Очевидно, насыщение поглощения вблизи края, на фиксированной длине волны излучения, должно сопровождаться существенным изменением показателя преломления.

а) Чтобы выявить основные характерные особенности поведения коэффициента поглощения и показателя преломления, сделаем некоторые приближения. Именно предположим, что переходы в основном происходят между краями первых

подзон, так что  $\left| R_n^{cv} \right|^2 \cong \frac{3}{2} \left| R_0 \right|^2$  (см.8) и  $f_v = 1, f_c = 0$

При этих условиях для коэффициента поглощения из (21) получим:

$$\alpha_{\nu} = \frac{3\mu \omega_0^2}{2\pi \nu^2 dA} \left( \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon_0 - \varepsilon_g - \hbar\omega}{\hbar A} \Gamma_2 - \operatorname{arctg} \frac{\varepsilon_0 - \hbar\omega}{\hbar A} \Gamma_2 \right) \quad (23)$$

$\varepsilon_0$ -ширина валентной зоны.

В выражении (23) принято следующее обозначение:

$$A = \sqrt{1 + 3T_1 T_2 R_0^2 E^2 / 2\hbar^2} \quad (24)$$

При частотах  $\left| \varepsilon_g - \hbar\omega \right| \ll \varepsilon_0, \varepsilon_0 \gg \hbar / T_2$  из (23) следует, что

$$\alpha_{\omega} = \frac{3\mu^* \omega R_0^2}{2\pi c \hbar^2 dA} \left( \frac{\pi}{2} + \operatorname{arctg} \frac{\hbar\omega - \varepsilon_g}{\hbar A} T_2 \right) \quad (25)$$

Легко показать, что величина насыщающего поля возрастает с удалением от края подзоны.

Далее проведем сравнение коэффициентов поглощения для КРС и объемного полупроводника. С этой целью рассмотрим поведение поглощения для частот  $\hbar\omega \approx \varepsilon_g$ , тогда

$$\alpha = \frac{\alpha^0}{\sqrt{1 + BE^2}}; \quad \alpha^0 = \frac{3\mu^* \omega R_0^2}{4c \hbar^2 d}; \quad B = 3T_1 T_2 R_0^2 / 2\hbar^2 \quad (26)$$

Из [105] для объемного полупроводника имеем:

$$\alpha_{ob} = \frac{\alpha_{ob}^0}{\sqrt{1 + E^2}} \quad (27)$$

$$\alpha_{ob}^0 = \frac{\mu^{3/2} \omega_0^2}{6\pi c \hbar^3} \left( \frac{\hbar}{T_2} \right)^{1/2} \quad (28)$$

$$B = \frac{9}{2} \gamma \quad (29)$$

Возьмем отношение (26) и (27), получим

$$\frac{\alpha}{\alpha_{ob}} = \frac{9\pi^2}{2d} \left( \frac{\hbar T_2}{\mu^*} \right)^{1/2} \frac{(1 + E^2)^{1/4}}{\left( 1 + \frac{9}{2} \gamma E^2 \right)^{1/2}} \Gamma \quad (30)$$

Здесь введен параметр оптического ограничения  $\Gamma$ , т.к. при волноводном распространении излучения не вся мощность переносимая волной поглощается в квантовом слое.

При  $E=0$

$$\frac{\alpha}{\alpha_{ob}} = \frac{9\pi^2}{2d} \left( \frac{\hbar T_2}{\mu^*} \right)^{1/2} \Gamma \quad (31)$$

Видно, что в зависимости от величины  $\Gamma$  отношение (31) может быть как больше, так и меньше единицы.

В частности, для сильного поля будем иметь

$$\alpha = \chi^0 / 3 \left( \frac{\nu}{2} \right)^{1/2} \cdot E \quad (32)$$

$$\alpha = \chi_{ob}^0 / \gamma^{1/4} E^{1/4} \quad (33)$$

Отсюда видно, что при  $\alpha^0 \cong \chi_{ob}^0$ , величина насыщающего поля для квантового слоя существенно меньше, чем в объемном полупроводнике.

Кроме того, из (32) и (33) видно, что в квантовом слое обеспечивается более высокий коэффициент нелинейности по полю (Рис. 1)

Что же касается показателя преломления, то его определим из (22). С учетом принятых приближений получим:

$$n^2 = + \frac{3\mu^* R_0^2}{\hbar^2 d} \ln \frac{(\varepsilon_s - \varepsilon_s' - \hbar\omega) + \hbar^2 T_2^- + \left[ \frac{1}{T_2} \frac{3}{2} R_0^2 E^2 \right]}{(\varepsilon_s' - \hbar\omega) + \hbar^2 T_2^- + \left[ \frac{1}{T_2} \frac{3}{2} R_0^2 E^2 \right]} \quad (34)$$

и при  $\hbar\omega \approx \varepsilon_g'$   $n^2 = + \frac{3\mu^* R_0^2}{\hbar^2 d} \ln \left[ + \left[ \frac{\varepsilon_s T_2}{\hbar M} \right] \right] \quad (35)$

где  $M^2 = + \frac{3T_1 T_2 R_0^2 E^2}{2\hbar^2}$

Отсюда видно, что с увеличением мощности излучения показатель преломления уменьшается. В области аномальной дисперсии увеличение

интенсивности света при  $\hbar\omega \leq \varepsilon_g'$  приводит к уменьшению n (так называемый эффект самодефокусировки).

При  $\hbar\omega \geq \varepsilon_g'$  имеет место увеличение n (эффект самофокусировки).

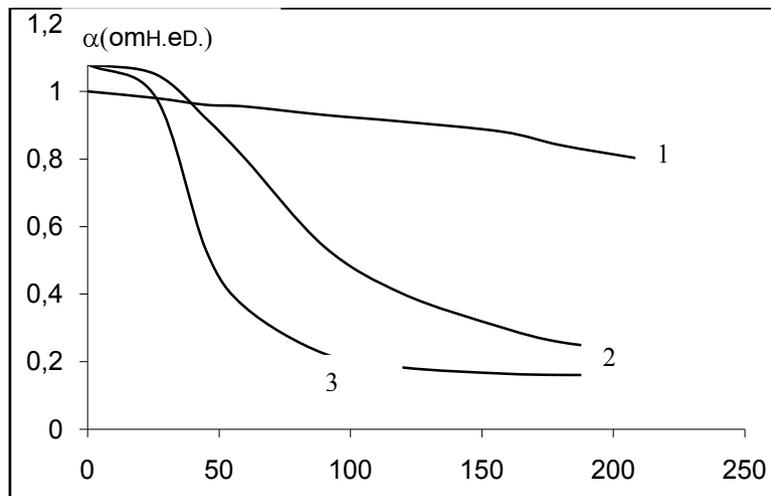


Рис.1.Зависимос  $\alpha$  (омн.ед.)  $E$  . В/cm  
1-объемный образец, 2-КРС (численный расчет), 3-КРС (с учетом принятых приближений)

Литература

1. Р. Пантел, Г.Путхоф. Основы квантовой электроники. М."Мир" 1972.
2. E.J. Kane. "Band structure of indium antimonide". J.Phys. Chem. Solids, 1957, v.1. p. 249-269.
3. P.T. Landsberg, M.S. Abrahams and M. Osinski. Evidence of no k-selection in Gain Spectra of Quantum Well AlGaAs laser diodes. IEEE. Journ.of Quant. Electron. , 1985, v.QE-21, N1, pp.24-28.
4. M. Yamanishi and I.Suemune. Comment on polarization depend momentum matrix elements in quantum well lasers, Japan J.Appl. Phys. ,1984, V.23, N1, p. L35-L36.
5. M.Yamada, S.Ogita, M.Yumagishi, K.Tabata, N.Nakaya, M.Asada, and Y.Suematsu. Polarization dependent gain in GaAs/AlGaAs multi-quantum well laser. Appl. Phys. Jett,1984, v.45, p. 324-325.
6. Ал.Г.Алексянյан „О матричном элементе дипольного момента в системах с пониженной размерностью”. Уч. записки АрГУ,1999, N1, с.51-53.
7. Л.Ален, Дж. Эверли. “Оптический резонанс и двухуровневые атомы”. М. “Мир” 1978.
8. В.П. Гришковский. Теория поглощения и испускания света в полупроводниках, Минск, “Наука и техника”, 1975.