ՀՀ ԿՐԹՈՒԹՅԱՆ և ԳԻՏՈՒԹՅԱՆ ՆԱԽԱՐԱՐՈՒԹՅՈՒՆ
ՀԱՅԱՍՏԱՆԻ ԱԶԳԱՅԻՆ ՊՈԼԻՏԵԽՆԻԿԱԿԱՆ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆ

Անի Գագիկի Քոչարյան

ՊԱՏԱՀԱԿԱՆ ԲԼՈԿ-ՀԻԵՐԱՐԽԻԿ ՑԱՆՑԵՐԻ ՏՈՊՈԼՈԳԻԱԿԱՆ ԲՆՈՒԹԱԳՐԻՉՆԵՐԻ ԱՎՏՈՄԱՏԱՑՎԱԾ ՀԵՏԱԶՈՏՈՒԹՅԱՆ ՀԱՄԱԿԱՐԳԻ ՄՇԱԿՈՒՄ

Ե.13.02 – «Ավտոմատացման համակարգեր» մասնագիտությամբ տեխնիկական գիտությունների թեկնածուի գիտական աստիճանի հայցման ատենախոսության

Ս Ե Ղ Մ Ա Գ Ի Ր

ԵՐԵՎԱՆ 2018

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РА
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ АРМЕНИИ

Кочарян Ани Гагиковна

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЗИРОВАННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ТОПОЛОГИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК БЛОЧНО-ИЕРАРХИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности
05.13.02 – "Системы автоматизации"

ЕРЕВАН 2018

Ատենախոսության թեման հաստատվել է Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանում

Գիտական ղեկավար՝ ֆիզ.-մաթ. գիտ. դոկտոր Ս.Ա. Նիգիյան

Պաշտոնական ընդդիմախոսներ՝ տեխ. գիտ. դոկտոր Ա. Գ. Ավետիսյան

ֆիզ.-մաթ. գիտ. թեկնածու Ս.Վ. Բալիկյան

Առաջատար կազմակերպություն՝ Հայ-ռուսական համալսարան

Պաշտպանությունը տեղի կունենա 2018թ. հունիսի 29-ին, ժամը 14^{00}-ին, Հայաստանի ազգային պոլիտեխնիկական համալսարանում գործող 032 «Կառավարման և ավտոմատացման» մասնագիտական խորհրդի նիստում (հասցեն՝ 0009, Երևան, Տերյան փ., 105, 17-րդ մասնաշենք):

Ատենախոսությանը կարելի է ծանոթանալ ՀԱՊՀ-ի գրադարանում:
Սեղմագիրն առաքված է 2018թ. մայիսի 26-ին:

Մասնագիտական խորհրդի գիտական քարտուղար, տեխ. գիտ. թեկնածու՝ Ա.Վ. Մելիքյան

Тема диссертации утверждена в Национальном политехническом университете Армении

Научный руководитель: доктор физ.-мат. наук С.А. Нигиян

Официальные оппоненты: доктор техн. наук А.Г. Аветисян

кандидат физ.-мат. наук С.В. Баликян

Ведущая организация: Российско-армянский университет

Защита диссертации состоится 29-го июня 2018г. в 14^{00} ч. на заседании Специализированного совета 032 - "Управления и автоматизации", действующего при Национальном политехническом университете Армении (НПУА), по адресу: 0009, г. Ереван, ул. Теряна, 105, корпус 17.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке НПУА.
Автореферат разослан 26-го мая 2018г.

Ученый секретарь Специализированного
совета, кандидат техн. наук А.В. Меликян

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Диссертационная работа посвящена разработке эффективных алгоритмов для вычисления топологических характеристик блочно-иерархических сетей и автоматизированной системы *xRandNet (Extended Random Networks)*, позволяющей проводить различные исследования случайных сетей.

Сложные сетевые структуры описывают широкий спектр высокотехнологических и интеллектуальных систем. Вопросами изучения топологии сложных сетей и динамики их изменений в течение времени занимается теория случайных сетей, которая была основана венгерскими математиками Полом Эрдешем и Альфредом Реньи. В 1959 году они предложили модель случайной сети *Erdős-Rényi*[1], предположив, что адекватной математической моделью для сложных систем является случайная сеть, в которой связи между узлами появляются случайным образом, по определенному вероятностному правилу. С развитием теории случайных сетей другими авторами были предложены также модели *Watts-Strogatz* и *Barabási-Albert*. Перечисленные модели случайных сетей считаются классическими[2].

Изучение реальных случайных сетей, таких как сети нейронов мозга, структура ДНК, взаимосвязи между белками внутри клетки и т.д., показало, что некоторые из них имеют специфичную структуру, на основе чего был определен новый класс случайных сетей – блочно-иерархический, и предложены модели *RBH (Regular Block-Hierarchical)* и *NRBH (Non Regular Block-Hierarchical)*[3]. При изучении случайных сетей важно иметь программные средства для вычисления их топологических характеристик, таких как средняя степень узлов и распределение степеней, средняя длина пути и диаметр сети, коэффициент кластеризации, распределение связных компонент и т.д. Особое место занимает изучение динамики развития сетей. Сложные сетевые структуры, как правило, имеют большое число узлов и связей, что является серьезной проблемой для разработки программных вычислительных средств. Так как исследуются ансамбли случайных сетей, то возникает проблема создания эффективных алгоритмов для вычисления топологических характеристик. Структура блочно-иерархических сетей имеет ряд особенностей, что дало нам возможность разработать новые эффективные алгоритмы для вычисления их топологических характеристик.

---

[1] *Erdős P., Rényi A.* On random graphs // Publicationes Mathematicae.-1959.-6.-P. 290-297.

[2] *Albert R., Barabási A.-L.* Statistical mechanics of complex networks // Rev. Mod. Physics.-2002.-74.-P. 47-97.

[3] Some Physical Applications of Random Hierarchical Matrices **/** *V.A. Avetisov, A.Kh. Bikulov, O.A. Vasilyev, et al* // JETP.-2009.-109(3).-P. 485-504.

Исходя из выше изложенного, разработка программной системы *xRandNet*, предназначенной для генерации случайных сетей как блочно-иерархических, так и классических моделей, проведения анализа топологических характеристик и исследования динамики развития сетей, является актуальной проблемой.

Существующие автоматизированные системы, которые работают со случайными сетями, в основном ориентированы на классические модели и не имеют средств для проведения специальных исследований над ними.

Цель и задачи исследования. Целью диссертационной работы является разработка программной системы для эффективного анализа блочно-иерархических случайных сетей, проведения исследований топологических свойств и их сравнения с уже известным поведением классических моделей.

Исходя из указанной цели, в работе поставлены и решены следующие задачи:

1. Разработка эффективных алгоритмов для вычисления топологических характеристик блочно-иерархических сетей.
2. Разработка автоматизированной системы для генерации, анализа и исследования случайных сетей как классических, так и блочно-иерархических моделей.
3. Исследование основных топологических характеристик регулярных блочно-иерархических случайных сетей, с использованием разработанной автоматизированной системы.

Методы исследования. Теоретической основой диссертационной работы послужили работы ведущих специалистов в области теории сетей и её применения в различных областях науки. При разработке алгоритмов были использованы методы дискретной математики и теории графов, а также основные методы временных оценок алгоритмов. При разработке автоматизированной системы *xRandNet* применен метод сравнительного анализа находящихся в свободном доступе программных решений, изучены их преимущества и недостатки.

Научная новизна.

1. Разработаны новые эффективные алгоритмы для вычисления топологических свойств блочно-иерархических случайных сетей.
2. Разработана программная система, которая автоматизирует процесс генерации, анализа и проведения комплекса исследований классических и блочно-иерархических случайных сетей.
3. Исследованы основные топологические характеристики регулярных блочно-иерархических случайных сетей, с использованием разработанной автоматизированной системы.

Практическая ценность и внедрение результатов исследования. Разработанная программная система *xRandNet* используется для исследования топологических характеристик случайных сетей, а также динамики развития случайной сети. Автоматизированная система *xRandNet* внедрена в Институте химической физики им. Н.Н. Семенова РАН.

Основные положения, выносимые на защиту.

1. Разработанные эффективные алгоритмы для вычисления топологических характеристик блочно-иерархических случайных сетей.
2. Разработанная автоматизированная система *xRandNet* для генерации, анализа и исследования случайных сетей.
3. Экспериментальные результаты исследования основных топологических характеристик регулярных блочно-иерархических случайных сетей, полученные с использованием системы *xRandNet*.

Апробация результатов работы. Основные результаты диссертации были представлены на:

- международной конференции "*Computer science and Information Technologies*" – *CSIT* - 2013 (Ереван, Армения, 2013);
- "Научной школе-семинаре" – Цмакаог - 2013 (Цмакаог, Республика Арцаха, 2013);
- "Молодежном научно-образовательном форуме" – Цмакаог - 2017 (Цмакаог, Республика Арцаха, 2017);
- семинаре кафедры Программирования и информационных технологий, ЕГУ (Ереван, Армения, 2018);

Публикации. Основные результаты диссертационной работы отражены в семи научных трудах, список которых представлен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, основных выводов, списка использованной литературы из 104 наименований и 3 приложений. Основной объем работы составляет 138 страниц, включая 27 рисунков, 7 графиков и 13 таблиц. Диссертация написана на армянском языке.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность темы, сформулированы цель и основные задачи диссертационной работы, представлены научная новизна, практическая ценность, основные научные положения, выносимые на защиту. Также кратко описаны некоторые примеры сложных систем и их представление случайными сетями.

В первой главе представлены теоретические основы данной работы и основы теории случайных сетей.

В ***разделе 1.1*** дано определение случайной сети, описаны некоторые известные сложные системы и их представление случайными сетями.

В ***разделе 1.2*** определены основные топологические характеристики сетей – степень узла, средняя степень и распределение степеней узлов, средняя длина пути, диаметр и распределение расстояний между узлами, распределения полных и связанных компонент в сети, распределения циклов и поддеревьев в сети, глобальный коэффициент кластеризации и распределение локальных коэффициентов кластеризации в сети.

В ***разделе 1.3*** изучены известные модели случайных сетей – модель *Erdős-Rényi* (подраздел 1.3.1), модель *Watts-Strogatz* (подраздел 1.3.2) и модель *Barabási-Albert* (подраздел 1.3.3), а также особенности поведения топологических характеристик этих моделей.

В ***разделе 1.4*** описаны рассмотренные в данной работе виды исследований, которые проводятся над сетями в рамках теории случайных сетей.

Исследование развития или эволюции случайной сети предполагает рассмотрение процесса направленной эволюции сетей по выбранному глобальному свойству, например, числа циклов порядка 3, при "замораживании" одной из степеней свободы. Как правило, для семплирования используется алгоритм Метрополиса–Гастингса.

Для некоторой модели случайной сети вероятностным назовем параметр, с помощью которого определяется вероятность появления связей между узлами сети. В теории случайных сетей одним из актуальных вопросов является нахождение порогового значения вероятностного параметра, при котором в сети появляется выбранное свойство Q. Такое значение вероятностного параметра также называется критическим. Нахождение критического значения вероятностного параметра является целью исследования порогового значения.

При моделировании некоторых систем, например сетей нейронов, с помощью случайных сетей возникает интерес к исследованию распространения некоторого свойства узлов, например активности нейронов, в сети. Для проведения такого исследования каждому узлу в сети приписывается некоторое состояние – активное или неактивное, и предполагается, что это состояние меняется в течение времени путем простого угасания или передачи активного состояния некоторому множеству соседей.

Исследование многих реальных сетей, от социальных до биологических, показало, что они имеют структурную особенность – появление сообществ. *Сообщество* определяется как связанная подсеть, которая имеет высокую локальную плотность – число внутренних связей в сообществе намного больше числа связей, соединяющих узлы сообщества с остальными узлами сети. В структурном смысле, сообщества являются отдельными и самостоятельными объектами внутри сети, имеющими такое поведение топологических характеристик, которое сильно отличается от поведения тех же характеристик для всей сети. В теории случайных сетей одним из актуальных вопросов является выявление таких сообществ в сети и изучение их топологических характеристик.

В ***разделе 1.5*** перечислены и кратко описаны существующие программные системы, которые работают с сетями вообще и со случайными сетями в частности. Основные из них следующие: *GraphCrunch*, *mfinder*, *MAVisto*.

Во второй главе даны определения регулярных и нерегулярных блочно-иерархических случайных сетей и соответствующих им моделей *RBH* и *NRBH*.

В ***разделе 2.1*** для заданных натуральных чисел b и Γ определяется класс *регулярных блочно-иерархических случайных сетей* $\mathfrak{R}_{b,\Gamma}$. Число узлов сети $G_{b,\Gamma} \in \mathfrak{R}_{b,\Gamma}$ равно b^{Γ}. В процессе конструирования сети используется действительное число $\mu \geq 0$. На каждом уровне $\gamma,\ 0 \leq \gamma \leq \Gamma$ формируются новые кластеры (подсети) посредством объединения уже построенных на предыдущем уровне кластеров и связывания некоторых из них с вероятностью, определенной формулой $q_\gamma = b^{-\mu\gamma}$, в результате чего образуются новые связи сети $G_{b,\Gamma}$.

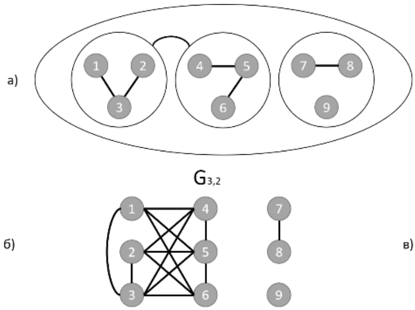
Уровень Γ назовем *уровнем иерархии*, b – *индексом ветвления*, а вероятностный параметр μ - *плотностью* регулярной блочно-иерархической сети $G_{b,\Gamma}$. Обозначим через M_γ — множество кластеров уровня γ, а через $M_\gamma^{(i)}$ — i-й кластер уровня γ, где $1 \leq i \leq n_\gamma, n_\gamma = b^{\Gamma-\gamma}$, $M_\gamma = \left\{M_\gamma^{(1)}, M_\gamma^{(2)}, \ldots, M_\gamma^{(n_\gamma)}\right\}$.

При описании процесса построения сети оставался открытым вопрос понятия связи между кластерами некоторого уровня $\gamma, 0 \leq \gamma \leq \Gamma$. В работе рассмотрены два типа связи между кластерами – "все со всеми" и "L-связей".

Определяется модель *RBH* с параметрами b, Γ, μ и типом связи кластеров – "все со всеми" или "L-связей". Процесс построения сети этой модели представляет собой вышеописанное конструирование по уровням регулярной блочно-иерархической сети с учетом типа связи кластеров.

В ***подразделе 2.1.1*** для регулярной блочно-иерархической сети $G_{b,\Gamma}$ между кластерами $M_\gamma^{(i)}$ и $M_\gamma^{(j)}$ множества M_γ определяется тип связи "все со всеми" как связывание всех узлов кластера $M_\gamma^{(i)}$ со всеми узлами из кластера $M_\gamma^{(j)}$. Очевидно, что число этих связей равно $b^{2(\gamma-1)}$ для каждого узла $\gamma, 0 \leq \gamma \leq \Gamma$.

Матрицу смежности сети $G_{b,\Gamma}$ обозначим через $A_{b,\Gamma}$. На рис. 1 дан пример регулярной блочно-иерархической сети $G_{3,2}$ и ее матрицы смежности $A_{3,2}$ для типа связи "все со всеми". Для типа связи "все со всеми" в $A_{b,\Gamma}$ некоторому кластеру $M_\gamma^{(i)} \in M_\gamma$, $1 \leq i \leq b^{\Gamma-\gamma}$ будет соответствовать $\frac{b(b-1)}{2}$ матричных блоков, расположенных вдоль главной диагонали, каждый из которых содержит по $b^{2(\gamma-1)}$ одинаковых матричных элементов, при этом значения элементов матричного блока равны единице, если два кластера соединены, и нулю - в противном случае.



в)

$A_{3,2}$

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	0	0	1	1	1	1	0	0	0
2	0	0	1	1	1	1	0	0	0
3	1	1	0	1	1	1	0	0	0
4	1	1	1	0	1	0	0	0	0
5	1	1	1	1	0	1	0	0	0
6	1	1	1	0	1	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	0	0	1	0
8	0	0	0	0	0	0	1	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Рис. 1. Регулярная блочно-иерархическая сеть $G_{3,2}$ с типом связи "все со всеми": а - вид с выделенными кластерами, б - вид с выделенными связями, в - вид ее матрицы смежности $A_{3,2}$

В ***подразделе 2.1.2*** определяется *дерево связи* сети $G_{b,\Gamma}$, обозначенное через $T_{b,\Gamma}$ как помеченное b–ичное дерево, поддеревья которого представляют кластеры сети, и каждая вершина дерева помечена последовательностью нулей и единиц, описывающей связь между вложенными кластерами (вложенными поддеревья).

Дерево связи $T_{b,\Gamma}$ имеет следующие свойства:

1. $T_{b,\Gamma}$ имеет Γ уровней, и на каждом уровне $\gamma, 0 \le \gamma \le \Gamma$ имеется $b^{\Gamma-\gamma}$ вершин - $t_\gamma^{(n)}, 1 \le n \le b^{\Gamma-\gamma}$. Листьям дерева соответствуют узлы сети $G_{b,\Gamma}$.
2. Каждому кластеру $M_\gamma^{(n)}$ сети $G_{b,\Gamma}$ ставится в соответствие поддерево $T_\gamma^{(n)}$, корнем которого является вершина дерева $t_\gamma^{(n)}$. Вершина дерева $t_\gamma^{(n)}$ помечена последовательностью нулей и единиц длиной $\frac{b(b-1)}{2}$, которая описывает соединения между кластерами уровня $(\gamma-1)$, вложенными в кластер $M_\gamma^{(n)}$, и называется вектором связи.
3. Узлам кластера $M_\gamma^{(n)}$ сети $G_{b,\Gamma}$ соответствуют листья поддерева $T_\gamma^{(n)}$. Листья поддерева $T_\gamma^{(n)}$ будем обозначать через $leaves(T_\gamma^{(n)})$, $V\left(M_\gamma^{(n)}\right) = $ $= leaves(T_\gamma^{(n)}) = \{x_{l+1}, x_{l+2}, \dots, x_{l+s}\}, l = (n-1)\, b^\gamma,\ s = b^\gamma$. Для сети $G_{b,\Gamma}$ - $V(G_{b,\Gamma}) = V\left(M_\Gamma^{(1)}\right) = leaves(T_\Gamma^{(1)}) = \{x_1, x_2, \dots, x_N\},\ N = b^\Gamma$.

Определим некоторые отношения между сетью $G_{b,\Gamma}$ и деревом связи $T_{b,\Gamma}$.

Через $S\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)$ обозначим множество поддеревьев уровня $(\gamma-1)$, вложенных в дерево $T_{\gamma}^{(n)}$: $S\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)=\left\{T_{\gamma-1}^{(l+1)}, T_{\gamma-1}^{(l+2)}, \dots, T_{\gamma-1}^{(l+b)}\right\}, l=b\,(n-1), 1\leq n\leq b^{\Gamma-\gamma}$. Обозначим через $S_i\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)$, $1\leq i\leq b$ элемент $T_{\gamma-1}^{(l+i)}$.

Поддеревья $S_i\left(T_{\gamma}^{(n)}\right), S_j\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)\in S\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)$ назовем *непосредственно соединенными,* если соответствующие им кластеры $M_{\gamma-1}^{(l+i)}$ и $M_{\gamma-1}^{(l+i)}, l=b\,(n-1)$ связаны.

Определим *функцию* $\psi_{\gamma,n}(i,j)$ *непосредственной соединенности двух вложенных поддеревьев* $S_i\left(T_{\gamma}^{(n)}\right), S_j\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)\in S\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)$ следующим образом:

$$\psi_{\gamma,n}(i,j)=\begin{cases}1, & \text{если поддеревья } S_i\left(T_{\gamma}^{(n)}\right) \text{ и } S_j\left(T_{\gamma}^{(n)}\right) \text{ соединены,}\\ & 0-\text{в противном случае.}\end{cases}$$

Обозначим через $Links\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)$ *число непосредственных соединений между всеми поддеревьями* множества $S\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)$:

$$Links\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)=\sum_{i=1}^{b-1}\sum_{j=i+1}^{b}\psi_{\gamma,n}(i,j).$$

Обозначим через $Links_i\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)$ *число непосредственных соединений между поддеревом* $S_i\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)$ и остальными поддеревьями:

$$Links_i\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)=\sum_{j=1}^{b}\psi_{\gamma,n}(i,j).$$

Обозначим через $\overline{Links_i\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)}$ *функцию наличия хотя бы одного соединения* поддерева $S_i\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)$ с остальными поддеревьями:

$$\overline{Links_i\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)}=\begin{cases}1, & \text{если } Links_i\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)=0,\\ 0, & \text{если } Links_i\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)>0.\end{cases}$$

Рассмотрим последовательность непосредственно соединенных поддеревьев из множества $S\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)=\left\{S_1\left(T_{\gamma}^{(n)}\right), S_2\left(T_{\gamma}^{(n)}\right), \dots, S_b\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)\right\}$:

$$S_{i_0}\left(T_{\gamma}^{(n)}\right), S_{i_1}\left(T_{\gamma}^{(n)}\right), \dots, S_{i_r}\left(T_{\gamma}^{(n)}\right),$$

где $1\leq i_j, i_l\leq b, i_j\neq i_l, \psi_{\gamma,n}(i_j,i_{j+1})=1$.

Эту последовательность поддеревьев назовем *циклической*, а r – *длиной цикла*, если $S_{i_0}\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)=S_{i_r}\left(T_{\gamma}^{(n)}\right)$.

В ***подразделе 2.1.3*** доказаны утверждения, которые используются для вычисления топологических характеристик регулярных блочно-иерархических сетей.

Обозначим через $v(x,\gamma)$ функцию, определяющую номер поддерева уровня γ, в листьях которого находится узел x. То есть $T_\gamma^{v(x,\gamma)}$ – это поддерево уровня γ, для которого $x \in leaves\left(T_\gamma^{v(x,\gamma)}\right)$, а $t_\gamma^{v(x,\gamma)}$ – его корень.

Последовательность $T_0^{v(x,0)}, T_1^{v(x,1)}, \ldots, T_\gamma^{v(x,\gamma)}$, где $T_\gamma^{v(x,\gamma)}$– это поддерево, соответствующее кластеру $M_\gamma^{(n)}$, назовем *следом* узла $x \in V\left(M_\gamma^{(n)}\right)$ в кластере $M_\gamma^{(n)}$ и обозначим через $Trace\left(x, M_\gamma^{(n)}\right)$.

Обозначим через $d\left(x, M_\gamma^{(n)}\right)$ *степень узла* $x \in V\left(M_\gamma^{(n)}\right)$ в кластере $M_\gamma^{(n)}$, где $1 \le n \le b^{\Gamma-\gamma}$:

Утверждение 2.1. Пусть $Trace\left(x, M_\gamma^{(n)}\right) = T_0^{v(x,0)}, T_1^{v(x,1)}, \ldots, T_{\gamma-1}^{v(x,\gamma-1)}, T_\gamma^{v(x,\gamma)}$. Тогда:

$$d\left(x, M_\gamma^{(n)}\right) = \sum_{i=1}^{\gamma}\left(Links_{v(x,i-1)}\left(T_i^{v(x,i)}\right) b^{i-1}\right).$$

Обозначим через $d(x,y)$ *расстояние между узлами* x и y, между которыми существует путь.

Утверждение 2.2. В сети $G_{b,\Gamma}$ если $b = 2$, то $d(x,y) \in \{1,2\}$, а если $b \ge 3$, то $d(x,y) \in \{1,2,\ldots,b-1\}$.

Обозначим через $E\left(M_\gamma^{(n)}\right)$ число связей в кластере $M_\gamma^{(n)}$, где $1 \le n \le b^{\Gamma-\gamma}$.

Утверждение 2.3:

$$\left|\mathrm{E}(M_\gamma^{(n)})\right| = \sum_{i=0}^{\gamma-1}\left(Links\left(S^i\left(T_\gamma^{(n)}\right)\right)b^{2(\gamma-i-1)}\right).$$

Обозначим через $TreeCycles\left(T_\gamma^{(n)}, 3\right)$ число циклических соединений длиной 3 между поддеревьями $S_1(T_\gamma^{(n)}), S_2(T_\gamma^{(n)}), \ldots, S_b(T_\gamma^{(n)})$, вложенными в поддерево $T_\gamma^{(n)}$. Очевидно, что:

$$TreeCycles\left(T_\gamma^{(n)}, 3\right) = \sum_{i=1}^{b-2}\sum_{j=i+1}^{b-1}\sum_{k=j+1}^{b}\left(\psi_{\gamma,n}(i,j)\ \psi_{\gamma,n}(j,k)\ \psi_{\gamma,n}(k,i)\right).$$

Обозначим через $Cycles\left(M_\gamma^{(n)}, 3\right)$ число циклов длиной 3 в кластере $M_\gamma^{(n)}$.

Утверждение 2.4:

$$Cycles(\mathrm{M}_{\gamma}^{(n)},3) = \left(\sum_{\substack{i,j=1\ldots b\\ i<j}} \left(\psi_{\gamma,n}(i,j) \left(\left| \mathrm{E}\left(M_{\gamma-1}^{(l+i)}\right) \right| + \left| \mathrm{E}\left(M_{\gamma-1}^{(l+j)}\right) \right| \right) \right) b^{\gamma-1} \right) +$$

$$+ TreeCycles\left(T_{\gamma}^{(n)},3\right) b^{3(\gamma-1)} + \sum_{e=1}^{b} Cycles(\mathrm{M}_{\gamma-1}^{(l+e)},3),$$

где $l = (n-1)\, b^{\gamma}$.

Обозначим через $TreeCycles\left(T_{\gamma}^{(n)},4\right)$ число циклических соединений длиной 4 между поддеревьями $S_1(T_{\gamma}^{(n)}), S_2(T_{\gamma}^{(n)}), \ldots, S_b(T_{\gamma}^{(n)})$, вложенными в поддерево $T_{\gamma}^{(n)}$. Очевидно, что:

$$TreeCycles\left(T_{\gamma}^{(n)},4\right) =$$

$$= \sum_{i_1=1}^{b-3} \sum_{i_2=i_1+1}^{b-2} \sum_{i_3=i_2+1}^{b-1} \sum_{i_4=i_3+1}^{b} \begin{pmatrix} \psi_{\gamma,n}(i_1,i_2)\, \psi_{\gamma,n}(i_2,i_3)\, \psi_{\gamma,n}(i_3,i_4)\, \psi_{\gamma,n}(i_4,i_1) + \\ + \psi_{\gamma,n}(i_1,i_3)\, \psi_{\gamma,n}(i_3,i_2)\, \psi_{\gamma,n}(i_2,i_4)\, \psi_{\gamma,n}(i_4,i_1) + \\ + \psi_{\gamma,n}(i_1,i_2) \psi_{\gamma,n}(i_2,i_4)\, \psi_{\gamma,n}(i_4,i_3) \psi_{\gamma,n}(i_3,i_1) \end{pmatrix}.$$

Будем говорить, что между узлами x_1 и x_2 сети $G_{b,\Gamma}$ имеется *связь длиной 2*, если существует цепь длиной 2 из узла x_1 в x_2.

Обозначим через $\left| E_2\left(M_{\gamma}^{(n)}\right) \right|$ число связей длиной 2 в кластере $M_{\gamma}^{(n)}$.

Утверждение 2.5:

$$\left| E_2\left(M_{\gamma}^{(n)}\right) \right| = \sum_{i=1}^{b} \left| E_2\left(M_{\gamma-1}^{(l+i)}\right) \right| + \sum_{\substack{i,j,k=1\\ i<j<k}}^{b} \left(\begin{pmatrix} \psi_{\gamma,n}(i,j)\, \psi_{\gamma,n}(j,k) + \\ + \psi_{\gamma,n}(i,k)\, \psi_{\gamma,n}(j,k) + \\ + \psi_{\gamma,n}(i,j)\, \psi_{\gamma,n}(i,k) \end{pmatrix} b^{3(\gamma-1)} \right) +$$

$$+ \sum_{i,j=1}^{b} 2\left[\psi_{\gamma,n}(i,j) \left(\left| E_2\left(M_{\gamma-1}^{(l+i)}\right) \right| + \left| E_2\left(M_{\gamma-1}^{(l+j)}\right) \right| \right) b^{(\gamma-1)} \right] +$$

$$+ \sum_{i,j=1}^{b} \left[\psi_{\gamma,n}(i,j)\, b^{2(\gamma-1)} \left(b^{(\gamma-1)} - 1\right) \right],$$

где $l = (n-1)\, b^{\gamma}$.

Обозначим через $Cycles\left(M_{\gamma}^{(n)},4\right)$ число циклов длиной 4 в кластере $M_{\gamma}^{(n)}$.

Утверждение 2.6:

$$Cycles\left(M_{\gamma}^{(n)},4\right) = \sum_{\substack{i,j,k=1\ldots b\\ i<j<k}} 2 \begin{pmatrix} \psi_{\gamma,n}(i,j)\, \psi_{\gamma,n}(j,k)\, \psi_{\gamma,n}(i,k)\ \mathrm{x} \\ \mathrm{x}\left(\left| \mathrm{E}\left(M_{\gamma-1}^{(l+i)}\right) \right| + \left| \mathrm{E}\left(M_{\gamma-1}^{(l+j)}\right) \right| + \left| \mathrm{E}\left(M_{\gamma-1}^{(l+k)}\right) \right| \right) \end{pmatrix} b^{2(\gamma-1)} +$$

$$+\sum_{\substack{i,j=1\dots b\\ i<j}}\begin{pmatrix}\psi_{\gamma,n}(i,j)\left(\left|E_2\left(M_{\gamma-1}^{(l+i)}\right)\right|+\left|E_2\left(M_{\gamma-1}^{(l+j)}\right)\right|\right)b^{(\gamma-1)}+\\ +2\,\psi_{\gamma,n}(i,j)\left(\left|E\left(M_{\gamma-1}^{(l+i)}\right)\right|\left|E\left(M_{\gamma-1}^{(l+j)}\right)\right|\right)\end{pmatrix}+$$

$$+TreeCycles\left(T_\gamma^{(n)},4\right)\,b^{4(\gamma-1)}+\sum_{e=1}^{b}Cycles(M_{\gamma-1}^{(l+e)},4)+$$

$$+\sum_{\substack{i,j,k=1\dots b\\ i<j<k}}\left(\begin{pmatrix}\psi_{\gamma,n}(i,j)\,\psi_{\gamma,n}(j,k)+\\ +\psi_{\gamma,n}(i,k)\,\psi_{\gamma,n}(k,j)+\\ +\psi_{\gamma,n}(i,j)\,\psi_{\gamma,n}(i,k)\end{pmatrix}\frac{b^{3(\gamma-1)}\left(b^{(\gamma-1)}-1\right)}{2}\right),$$

где $l=(n-1)\,b^\gamma$.

Множество поддеревьев $S\left(T_\gamma^{(n)}\right)$ разобьем на непересекающиеся подмножества $\theta_r, r\le m, S\left(T_\gamma^{(n)}\right)=\theta_1\cup\theta_2\cup\dots\cup\theta_m$. Два поддерева $T_{\gamma-1}^{(i)}$ и $T_{\gamma-1}^{(j)}$ принадлежат одному и тому же подмножеству θ_r тогда и только тогда, когда $T_{\gamma-1}^{(i)}$ и $T_{\gamma-1}^{(j)}$ соединены и длина соединения $\ge r$. Обозначим через $C\left(T_\gamma^{(n)}\right)$ число подмножеств θ_r содержащих более одного элемента, а через $NC\left(T_\gamma^{(n)}\right)$ – число одноэлементных подмножеств θ_r.

Обозначим через $CCS\left(M_\gamma^{(n)}\right)$ число связных подграфов кластера $M_\gamma^{(n)}$.

Утверждение 2.7:

$$CCS\left(M_\gamma^{(n)}\right)=\sum_{i=1}^{b}\overline{Links_i\left(T_\gamma^{(n)}\right)}\,CCS\left(M_{\gamma-1}^{(l+i)}\right)+C\left(T_\gamma^{(n)}\right)-NC\left(T_\gamma^{(n)}\right),$$

где $l=(n-1)\,b^\gamma$ и $CCS\left(M_0^{(n)}\right)=1$.

Пусть $S\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}\right)=\left\{S_1\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}\right),S_2\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}\right),\dots,S_b\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}\right)\right\}$. Обозначим через $S_{\nu(x,\gamma)}\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}\right)$ поддерево, вложенное в дерево $T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}$, содержащее лист x. Выберем последовательность непосредственно соединенных поддеревьев из множества $S\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}\right)$, образующих цикл, где начальным и конечным поддеревьями цикла является поддерево $S_{\nu(x,\gamma)}\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}\right)$, содержащее узел x:

$$S_{\nu(x,\gamma)}\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}\right)=S_{i_1}\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}\right),\dots,S_{i_r}\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}\right)=S_{\nu(x,\gamma)}\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}\right),$$

где $1\le i_j,i_l\le b, i_j\ne i_l,\ \psi_{\gamma,n}(i_j,i_{j+1})=1$. Такую последовательность назовем *циклом с поддеревом* $S_{\nu(x,\gamma)}\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}\right)$, а $(r+1)$ – длина этого цикла.

Обозначим через $TreeCycles_{\nu(x,\gamma)}\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)},3\right)$ число циклов длиной 3 с поддеревом $S_{\nu(x,\gamma)}\left(T_\gamma^{\nu(x,\gamma)}\right)$. Очевидно, что:

$$TreeCycles_{v(x,\gamma)}\left(T_\gamma^{v(x,\gamma)},3\right)=\sum_{j=1}^{b-2}\sum_{k=j+1}^{b}\left(\psi_{\gamma,n}(v(x,\gamma-1),j)\,\psi_{\gamma,n}(j,k)\,\psi_{\gamma,n}(k,v(x,\gamma-1)\right).$$

Обозначим через $Cycles_{v(x,\gamma)}\left(M_\gamma^{v(x,\gamma)},3\right)$ число циклов длиной 3, содержащих узел x в кластере $M_\gamma^{v(x,\gamma)}$.

Утверждение 2.8:

$$Cycles_{v(x,\gamma)}\left(M_\gamma^{v(x,\gamma)},3\right)=\sum_{i=1\ldots b}\psi_{\gamma,n}(v(x,\gamma-1),i)\left|E\left(M_{\gamma-1}^{(l+i)}\right)\right|+$$
$$+\sum_{i=1\ldots b}\psi_{\gamma,n}(v(x,\gamma-1),i)\,d\left(M_{\gamma-1}^{v(x,\gamma)},x\right)b^{\gamma-1}+$$
$$+TreeCycles_{v(x,\gamma)}\left(T_\gamma^{v(x,\gamma)},3\right)b^{2(\gamma-1)}+Cycles_{v(x,\gamma-1)}\left(M_{\gamma-1}^{v(x,\gamma-1)},3\right).$$

В этом разделе также даны оценки сложности алгоритмов для вычисления топологических характеристик регулярных блочно-иерархических сетей на основе вышеперечисленных утверждений. В табл. 1 приводятся эти оценки и соответствующие оценки для классической модели.

Таблица 1

Оценки алгоритмов для вычисления регулярных блочно-иерархических и классических сетей

Алгоритм	**Регулярная блочно-иерархическая сеть**	**Классическая случайная сеть**
Степень узла	$O(log_b N)$	$O(N)$
Расстояние между двумя узлами	$O(log_b N)$	$O(N^2 \log N)$
Число связей в сети	$O(N)$	$O(N^2)$
Число циклов длиной 3	$O(N)$	$O(N^3)$
Число циклов длиной 4	$O(N)$	$O(N^4)$
Число связей длиной 2	$O(N)$	$O(N^3)$
Число циклов длиной 3, содержащих данный узел x	$O(log_b N)$	$O(N^2)$

В ***подразделе 2.1.4*** для регулярной блочно-иерархической сети $G_{b,\Gamma}$ между кластерами $M_\gamma^{(i)}$ и $M_\gamma^{(j)}$ множества M_γ определяется тип связи "L-связей" как связывание случайно выбранных узлов кластера $M_\gamma^{(i)}$ со случайно выбранными узлами из кластера $M_\gamma^{(j)}$ так, чтобы появилось L связей.

В ***подразделе 2.1.5*** выведена формула вычисления вероятности связи между двумя узлами регулярной блочно-иерархической сети с типом связи «все со всеми».

Утверждение 2.9. Пусть $G_{b,\Gamma}$ - блочно-иерархическая сеть. Обозначим через Q_γ вероятность соединения двух вершин сети $G_{b,\Gamma}$ в i-ом кластере уровня γ, где $1 \leq \gamma \leq \Gamma$. Тогда:

$$Q_\gamma = \frac{(b-1)}{(N-1)\,b}\sum_{i=1}^{\gamma}\left(b^{(1-\mu)}\right)^i.$$

В ***разделе 2.2*** определен класс нерегулярных случайных сетей, для которых число кластеров на каждом уровне равно не строго b, как при регулярном случае, а случайно выбранному числу от 1 до b. Обозначим через $Count(\gamma, i), \gamma > 0$ число кластеров, вложенных в кластер $M_\gamma^{(i)}$, $Count(0, i) = 0$. На уровне γ разбиение на кластеры будет определяться заданием следующего множества: $Branch(\gamma) = \left\{Count(\gamma, i) \middle| 1 \leq i \leq n_\gamma\right\}$, где $Branch(0) = \emptyset$. Соответственно для всей сети: $Branch = \{Branch(\gamma)|1 \leq \gamma \leq \Gamma\}$:

Для заданного разбиения $Branch$ класс нерегулярных блочно-иерархических сетей обозначим через $\mathfrak{R}_{Branch}$. Любая сеть $G \in \mathfrak{R}_{Branch}$ имеет одно и то же разбиение на кластеры и отличается от другой сети того же класса только распределением связей в сети. Вероятность связывания кластеров уровня γ определяется формулой $q_\gamma = k^{-\mu\gamma}$, где $k = \left|V\left(M_\gamma^{(i)}\right)\right|$.

В ***подразделе 2.2.1*** определяется дерево связи для нерегулярных блочно-иерархических сетей и описан алгоритм его построения.

В ***подразделе 2.2.2*** даны оценки для алгоритмов вычисления топологических свойств нерегулярных блочно-иерархических сетей.

Третья глава посвящена описанию автоматизированной системы *xRandNet*.

В ***разделе 3.1*** перечислены основные технические и функциональные требовании к системе *xRandNet*:

- эффективное использование памяти;
- скорость вычисления топологических характеристик случайной сети;
- расширяемость;
- способность к взаимодействию;

В ***разделе 3.2*** описана функциональность системы *xRandNet*.

В ***подразделе 3.2.1*** перечислены модели случайных сетей, для которых в системе *xRandNet* реализован процесс генерации ансамбля реализаций:

- модель *Erdős-Rényi* с параметрами построения N и p;
- модель *Watts-Strogatz* с параметрами построения N, K, p и s, где s - число шагов рандомизации;
- модель *Barabási-Albert* с параметрами построения m_0, p, m и s, где s - число шагов добавления нового узла;
- модель *RBH* с параметрами построения b, Γ, μ и L, где L - число связей при типе "L-связей";

- модель *NRBH* с параметрами построения b, N, μ и L, где L - число связей при типе "L-связей".

В ***подразделе 3.2.2*** описаны исследования, которые можно проводить с применением средств системы *xRandNet*: *Evolution Research* - для моделирования процесса развития сети, *Threshold Research* - для выявления порогового значения вероятности связи, *Activation Research* - для моделирования процесса распространения активности в сети и *Structural Research* - для выявления сообществ в сети и анализа топологических характеристик последних.

В ***подразделе 3.2.3*** представлены виды сохранение результатов в разных типах хранилищ данных: *XML* файлы, *MS Excel* файлы, каталог текстовых файлов и *MS SQL* база данных.

В ***подразделе 3.2.4*** описаны дополнительные возможности системы *xRandNet*:

- создание лог-файлов;
- возможность трассировки файлов, содержащих матрицу смежности или списки связей сгенерированной сети;
- исследование ранее сгенерированных или реальных сетей, имея файл, содержащий матрицу смежности или списки связей;
- фильтрация ансамбля по признаку связности и др.

Подраздел 3.2.5 посвящены подсистеме *xRandNetStat* (*Extended Random Networks Statistics*), предназначенной для предварительного статистического анализа полученных данных.

В ***разделе 3.3*** представлена архитектура автоматизированной системы *xRandNet* и ее особенности.

В ***подразделе 3.3.1*** описана многоуровневая архитектурная структура системы (рис. 2). Описаны три независимых уровня: *GUI* (графический интерфейс пользователя), *Session Manager* (управление сеансом системы) и *Core* (ядро).

Уровень *GUI*. Для создания интерфейса пользователя используются элементы управления *Windows Forms* и технология визуализации графиков *GDI+* в подсистеме *xRandNetStat*. Пользовательский интерфейс системы подразумевает возможность конфигурации системы, отслеживания статуса исследования, верификации входных параметрах, оповещения об ошибках и т.д.

Уровень *Session Manager*. Для взаимодействия *GUI* с более низкими уровнями разработан модуль управления сеансом системы – *Session Manager*, который предоставляет единый интерфейс для запуска доступных исследований, процессов генерации и анализа случайных сетей, сохранения результатов и дальнейших запросов к полученным данным. В функции уровня *Session Manager* также входит конвертация данных, промежуточное кэширование результатов сложных вычислений (при статистическом анализе результатов большого объема), а также наблюдение за процессами и данными проводимых исследований с целью обеспечения отображения состояния исследования в реальном времени в *GUI*.

Уровень *Core.* Ядро системы *xRandNet* представляет собой совокупность независимых модулей, которые имеют строго определенные интерфейсы взаимодействия. Данный уровень выполняет все основные функции системы и обеспечивает перечисленным выше уровням необходимый интерфейс для запуска и выполнения соответствующих задач/исследований. Уровень *Core* содержит программные имплементации основных алгоритмов работы – алгоритмы генерации сетей поддерживаемых моделей, алгоритмы вычислений поддерживаемых топологических характеристик, алгоритмы выполнения поддерживаемых исследований, функциональность сохранения всех полученных результатов, дальнейшие чтение и обработка и т.д. Этот уровень, как и остальные, реализован на языке *C#* и использует такие компоненты платформы *.Net*, как *Threading, ADO, WCF* и т.д.

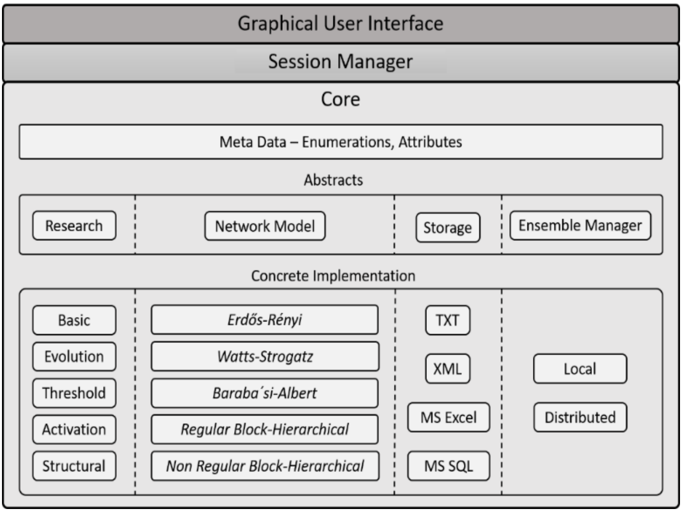


Рис. 2. Архитектурная структура системы xRandNet

В ***подразделе 3.3.2*** описаны основные компоненты уровня ядра (*Core*), их взаимодействие и функциональность:

- *Meta Data* - организация работы с мета-данными по технике позднего связывания с использованием атрибутов и отражений типов. Используется концепция *Reflection* платформы *.Net*.

- *Abstracts* - абстрактные интерфейсы и взаимодействие между ними. Определяются базовые классы для последующей имплементации типов исследований (*Research*), моделей сетей (*Network Model*), хранилищ данных (*Storage*) и управления ансамблем реализаций (*Ensemble Manager*).
- *Concrete Implementation* – представлены конкретные реализации исследований, моделей случайных сетей, взаимодействие с разными типами хранилищ данных, многопоточная или распределенная организация работы над ансамблями и т.д. Именно на этом этапе для каждой модели сети разработаны соответствующие алгоритмы генерации, структуры хранения в памяти (контейнеры), а также алгоритмы для вычисления топологических характеристик, оптимизированные на основе особенностей данной модели. В *Concrete Implementation* использовались средства *ADO.NET* для доступа к базам данных, объекты синхронизации пространства имен *Threading* и *WCF* технология для распределения в локальной сети.
- *Configuration* – настройка конфигурационных деталей, разработанная для работы с конфигурационными файлами системы *xRandNet* и подсистемы *xRandNetStat*.
- *Utility* – реализована некоторая вспомогательная функциональность, такая как работа с файловой системой, верификации разных входных и выходных структур файлов и т.п.

*В **подразделе 3.3.3*** представлен основной поток выполнения системы.

Раздел 3.4. посвящен имплементационным деталям дерева связи регулярных блочно-иерархических сетей и его сравнению с классическими методами представления сети в памяти.

В ***разделе 3.5*** проведено сравнение существующих программных систем с автоматизированной системой *xRandNet.* Сравниваются функциональность, эффективность и расширяемость систем. В этом разделе приведены временны'е оценки вычислений некоторых топологических свойств регулярных блочно-иерархических сетей (табл. 2).

В четвертой главе представлены экспериментальные результаты исследования регулярных блочно-иерархических сетей, проведенного с применением средств автоматизированной системы *xRandNet*.

В ***разделе 4.1*** показано, что для средней степени узлов, числа циклов длиной 3 и 4 в сети, а также среднего расстояния между узлами существует значение параметра плотности μ - $\mu Global_c$, которое определяет изменение особенностей их поведения.

В ***разделе 4.2*** показано, что для распределения степеней узлов сети существуют два значения параметра μ - $\mu Degree_{c1}$ и $\mu Degree_{c2}$, которые определяют различное поведение для него.

Таблица 2

Временны'е оценки вычислений некоторых топологических характеристик регулярной блочно-иерархической сети в системе xRandNet

Топологическая характеристика	**Модель *RBH* (ансамбль из 10 сетей)**			
Число узлов	$b = 2, \Gamma = 20$ $N = 1\,048\,576$	$b = 3, \Gamma = 13$ $N = 1\,594\,323$	$b = 5, \Gamma = 9$ $N = 1\,953\,125$	$b = 7, \Gamma = 7$ $N = 823\,543$
Генерация	≤ 10с		≈ 10с	
Средняя степень	≤ 10с			
Глобальный коэффициент кластеризации	≈ 450с	≈ 400с	≈ 330с	≈ 100с
Циклы порядка 3	≈ 10с	≈ 2с		≈ 10с
Циклы порядка 4	≈ 20с	≈ 30с	≈ 100с	≈ 90с
Распределение степеней	≈ 10с			
Распределение связанных компонент	≤ 10с			

В ***разделе 4.3*** показано, что для распределения локальных коэффициентов кластеризации также существуют два значения параметра μ - $\mu Cluster_{c1}$ и $\mu Cluster_{c2}$, которые определяют различное поведение для него.

В ***разделе 4.4*** показано, что для распределения связанных компонент также существуют два значения параметра μ - μCon_{c1} и μCon_{c2}, которые определяют различное поведение для него.

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ И РЕЗУЛЬТАТЫ ДИССЕРТАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Разработана новая структура данных - дерево связи - для эффективного представления блочно-иерархических сетей в памяти [1].
2. Разработаны новые эффективные алгоритмы для вычисления топологических характеристик блочно-иерархических сетей [1-3, 5].
3. Разработана автоматизированная система *xRandNet*, которая является универсальным инструментом для генерации и анализа случайных сетей разных моделей, автоматизации исследований над ними [4].
4. Автоматизированная система *xRandNet* обеспечивает высокую эффективность при исследовании блочно-иерархических случайных сетей [4, 6].

5. С использованием системы *xRandNet* исследованы основные топологические характеристики регулярных блочно-иерархических сетей, выявлены основные правила их поведения [7].

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. *Аветисян С., Арутюнян А., Асланян Д., Карапетян М., Кочарян А.* Алгоритмы вычислений статистических свойств регулярных блочно-иерархических сетей // Шестая годичная научная конференция: Сборник научных статей.-Ер.:Изд-во РАУ, 2011,-С. 108-121.
2. *Аветисян С., Карапетян М., Кочарян А.* Алгоритмы вычислений некоторых топологических свойств регулярных блочно-иерархических сетей // Седьмая годичная научная конференция: Сборник научных статей. Ер.: Изд-во РАУ, 2012.-С. 48-55.
3. *Аветисян С., Кочарян А.* О регулярных блочно-иерархических сетях и их свойствах // Ученые записки АрГУ.-2013.-1.-С. 24-39.
4. *Avetisyan S., Kocharyan A.* The System of Generation of Random Networks and Computation of Their Topological Properties // Proceedings of the Conference CSIT-2013.-Publishing House of NAS of RA, Yerevan, 2013.-P. 381-384.
5. *Аветисян С., Кочарян А.* О циклах длины четыре в регулярных блочно-иерархических сетях // Ученые записки АрГУ.-2013.-2.-С. 26-35.
6. *Кочарян А.* Программная система *xRandNet* для изучения топологических характеристик случайных сетей // Известия НАН РА "НПУА": Серия Техн. Наук.-2017.-Том 70(4).- С. 519-529.
7. *Kocharyan A.* On Connected Component Distribution of Random Block-Hierarchical Networks Using The Automated System *xRandNet* // Proceedings of the YSU: Physical and Mathematical Sciences.-2018.-52 (1).-P. 36-42.

ԱՄՓՈՓՈՒՄ

Ատենախոսությունը նվիրված է բլոկ-հիերարխիկ պատահական ցանցերի տոպոլոգիական բնութագրիչների հաշվարկի էֆեկտիվ ալգորիթմների և *xRandNet* (*Extended Random Networks*) ավտոմատացման համակարգի մշակմանը, որը թույլ է տալիս կատարել պատահական ցանցերի տարբեր հետազոտություններ:

Բարդ ցանցային կառուցվածքների միջոցով նկարագրվում է բարձր տեխնոլոգիական և ինտելեկտուալ համակարգերի լայն սպեկտր: Բարդ ցանցերի տոպոլոգիայի և ժամանակի ընթացքում դրանց փոփոխության դինամիկայի հետազոտման հարցերով զբաղվում է պատահական ցանցերի տեսությունը, որը հիմնադրվել է հունգարացի մաթեմատիկոսներ Պոլ Էրդյոշի և Ալֆրեդ Ռենյիի կողմից: 1959թ-ին նրանք առաջարկեցին պատահական ցանցի *Erdős-Rényi* մոդելը՝ ենթադրելով, որ բարդ համակարգերի համար ադեկվատ մաթեմատիկական մոդել է հանդիսանում պատահական ցանցը, որում հանգույցների միջև կապերը առաջանում են պատահական ձևով, որոշակի հավանականային կանոնով: Պատահական ցանցերի տեսության զարգացմանը զուգահեռ այլ հեղինակների կողմից առաջարկվեցին նաև ուրիշ մոդելներ՝ *Watts-Strogatz* և *Barabási-Albert*: Պատահական ցանցերի բոլոր թվարկված մոդելները համարվում են դասական:

Հետագայում այնպիսի իրական պատահական ցանցերի ուսումնասիրությունը, ինչպիսիք են ուղեղի նեյրոնների ցանցը, ԴՆԹ-ի կառուցվածքը, բջջում սպիտակուցների փոխազդեցությունները և այլն, ցույց տվեց, որ դրանցից որոշները ունեն յուրահատուկ կառուցվածք, որի հիման վրա սահմանվեց պատահական ցանցերի նոր դաս՝ բլոկ-հիերարխիկ, և առաջարկվեցին *RBH (Regular Block-Hierarchical)* և *NRBH (Non Regular Block-Hierarchical)* մոդելները: Պատահական ցանցերի հետազոտման համար կարևոր է ունենալ ծրագրային միջոցներ դրանց տոպոլոգիական բնութագրիչների հաշվարկի համար, որոնք են հանգույցների միջին աստիճանը և հանգույցների աստիճանների բաշխումը, միջին ճանապարհային երկարությունը և տրամագիծը, կլաստերացման գործակիցը, կապակցվածության կոմպոնենտների բաշխումը և այլն: Հատուկ տեղ է զբաղեցնում ցանցի զարգացման դինամիկայի ուսումնասիրությունը: Բարդ ցանցային կառուցվածքները, որպես կանոն, ունեն մեծ քանակով հանգույցներ և կապեր, ինչը լուրջ խոչընդոտ է հանդիսանում հաշվարկային ծրագրային միջոցների մշակման հարցում: Քանի որ պատահական ցանցերի հետազոտությունները կատարվում են ցանցերի հավաքածուի վրա, խնդիր է առաջանում մշակել բարձր էֆեկտիվություն ունեցող ալգորիթմներ տոպոլոգիական բնութագրիչների հաշվարկի համար: Բլոկ-հիերարխիկ ցանցերի կառուցվածքը ունի մի շարք առանձնահատկություններ, ինչը մեզ թույլ է տվել դրանց տոպոլոգիական բնութագրիչների հաշվարկի համար մշակել ավելի նոր և էֆեկտիվ ալգորիթմներ:

Վերոնշյալ հանգամանքները արդիական են դարձնում *xRandNet* ավտոմատացման համակարգի մշակումը, քանի որ գոյություն ունեցող նմանատիպ համակարգերը ուղղորդված են դասական մոդելների հետ աշխատանքին և չունեն պատահական ցանցերի հետազոտությունների համար նախատեսված հատուկ միջոցներ:

Ատենախոսության նպատակը հանդիսանում է բլոկ-հիերարխիկ պատահական ցանցերի էֆեկտիվ վերլուծության, դրանց տոպոլոգիական բնութագրիչների հետազոտման և դասական մոդելների հայտնի վարքի հետ համեմատության համար նախատեսված ավտոմատացման համակարգի մշակումը:

Աշխատանքում դրված են հետևյալ խնդիրները.

1. Բլոկ-հիերարխիկ պատահական ցանցերի տոպոլոգիական բնութագրիչների հաշվարկի էֆեկտիվ ալգորիթմների մշակում:
2. Ինչպես դասական, այնպես էլ բլոկ-հիերարխիկ պատահական ցանցերի գեներացման, վերլուծության և հետազոտությունների ավտոմատացման համար նախատեսված ծրագրային համակարգի մշակում:
3. Ռեգուլյար բլոկ-հիերարխիկ պատահական ցանցերի հիմնական տոպոլոգիական բնութագրիչների հետազոտում մշակված ավտոմատացման համակարգի միջոցով:

Ատենախոսության հիմնական արդյունքներն են.

1. Հիշողության մեջ բլոկ-հիերարխիկ պատահական ցանցերի էֆեկտիվ ներկայացման համար մշակվել է նոր տվյալների կառույց՝ կապակցվածության ծառ [1]:
2. Բլոկ-հիերարխիկ պատահական ցանցերի տոպոլոգիական բնութագրիչների հաշվարկի համար մշակվել են նոր էֆեկտիվ ալգորիթմներ [1-3, 5]:
3. Մշակվել է *xRandNet* ավտոմատացման համակարգը, որը ունիվերսալ գործիք է հանդիսանում պատահական ցանցերի հետազոտության ավտոմատացման համար [4]:
4. *xRandNet* ավտոմատացման համակարգը ապահովում է բարձր էֆեկտիվություն բլոկ-հիերարխիկ պատահական ցանցերի համար [4, 6]:
5. *xRandNet* ծրագրային համակարգի միջոցով հետազոտվել են ռեգուլյար բլոկ-հիերարխիկ ցանցերի հիմնական տոպոլոգիական բնութագրիչները, դուրս են բերվել դրանց վարքերի հիմնական կանոնները [7]:

SUMMARY

Ani G. Kocharyan

DEVELOPMENT OF THE SYSTEM OF AUTOMATED RESEARCH ON TOPOLOGICAL PROPERTIES OF BLOCK-HIERARCHICAL NETWORKS

The thesis is dedicated to the development of *xRandNet (Extended Random Networks)* automated system which allows conducting different researches on random networks.

A wide variety of high technological and intellectual systems is described through complex network structures. The topology of complex networks and the dynamics of their change over time are studied by random network theory which was introduced by Hungarian mathematicians *Paul Erdős* and *Alfréd Rényi*. In 1959 they offered the *Erdős–Rényi* random network model assuming that for complex systems random network is a suitable mathematical model where the occurrence of connections between nodes is random according to a certain probability law. Parallel to the development of the random network theory other models, i.e. *Watts-Strogatz* and *Barabási-Albert*, were put forward by other authors. All of the mentioned models of random networks are considered classical.

Later on, the research of such real random networks as brain neural network, DNA structure, cell protein interactions and others has shown that some of these have a unique structure on the basis of which a new class of random networks has been defined, block-hierarchical, and *RBH* (*Regular Block-Hierarchical*) and *NRBH* (*Non Regular Block-Hierarchical*) models were put forward. For research of random networks there should be software tools for the computation of their topological properties which are average node degree and node degree distribution, average path length and diameter, clustering coefficients, connected component distribution and others. The study of the dynamics of the network development plays a special role. Complex network structures, as a rule, have a great number of nodes and connections which is a serious obstacle in developing computation software tools. As researches of random networks are conducted on a set of networks, the problem to develop highly efficient algorithms for the computation of topological properties arises. The structure of block-hierarchical networks has a number of specificities which has allowed us to develop new effective algorithms for the computation of their topological properties.

The above-mentioned conditions make the development of *xRandNet* automated system relevant as similar existing systems are directed at working with classical models and do not have special tools intended for researches on random networks.

The aim of the dissertation is the development of an automated system intended for the efficient analysis of block-hierarchical random networks, the study of their topological properties and the comparison with the famous behavior of classical models.

The dissertation pursues the following objectives:

1. Development of efficient algorithms for the computation of topological properties of block-hierarchical random networks;
2. Development of an automated system intended for the automation of the generation, analysis and research of both classical and block-hierarchical random networks;
3. Research on main topological properties of regular block-hierarchical random networks through the developed automated system.

The main results of the dissertation are the following:

1. A new data structure, connectivity tree, has been developed for the efficient representation of block-hierarchical random networks in memory [1].
2. For the computation of topological properties of block-hierarchical random networks new efficient algorithms have been developed [1-3, 5].
3. The *xRandNet* automated system has been developed which serves as a universal tool for the automation of research on random networks [4].
4. The *xRandNet* automated system has a high efficiency for block-hierarchical random networks [4, 6].
5. The main topological properties of regular block-hierarchical random networks have been studied through the *xRandNet* automated system; the main rules of their behavior have been deduced [7].