УДК 539.3 *Механика*

ОБ ОДНОЙ СМЕШАННОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ АНИЗОТРОПНОЙ ДВУХСЛОЙНОЙ ПОЛОСЫ-ПРЯМОУГОЛЬНИКА ПО ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

Н. Саркисян

Рассматривается вопрос определения напряженно-деформированного состояния (НДС) в плоской задаче для анизотропной слоистой полосы по геометрически нелинейной теории упругости. Считается, что на одной из продольных кромок полосы заданы нормальная компонента вектора перемещения и касательное напряжениие, а на другой-условия первой краевой задачи теории упругости. Построено решение, соответствующее внутренней задаче. Рассмотрены частные решения задачи.

1. Уравнения теории упругости, написанные в безразмерных координатах для тонких тел, составляют сингулярно возмущенную малым параметром систему, которую естественно решить асимптотическим методом. Классические статические краевые задачи полос, пластин и оболочек асимптотическим методом решены в [1,2]. Неклассические задачи теории упругости рассмотрены в [3]. Для полос с общей анизотропией в своей плоскости вопрос определения НДС рассмотрен в [4]. Вопрос определения НДС в плоской задаче, для анизотропной полосы, на продольных сторонах которой заданы смешанные условия теории упругости, рассмотрены в [5,6]. Для такой же полосы, на основе геометрически нелинейной теории упругости, первая краевая задача решена в [7]. На той же основе решены смешанные краевые задачи для анизотропной полосы-балки в [8].

В работе асимптотическим методом решена смешанная краевая задача для анизотропной слоистой полосы-прямоугольника по геометрически нелинейной теории упругости.

Рассматривается плоская нелинейная задача для анизотропной полосы: $\Omega=\{(x,y):0\le x\le l,-h_2\le y\le h_1,h<<l\}$. Будем считать, что слои имеют различные толщины h_k, коэффициенты упрогости $a_{ij}^{(k)}$, k-номер слоя и $k=1,2$. Общая толщина полосы - $2h$. На нижней и верхней сторонах полосы заданы следующие условия для напряжений и перемещений

$$\sigma_{xy}^{(2)}=\varepsilon^4\sigma_{xy}^{-}(x),\ v^{(2)}=\varepsilon^3 v^{-}(x)\ \text{при}\ y=-h_2$$
$$\sigma_{xy}^{(1)}=\varepsilon^4\sigma_{xy}^{+}(x),\ \sigma_{y}^{(1)}=\varepsilon^3\sigma_{y}^{+}(x)\ \text{при}\ y=h_1 \tag{1.1}$$

а на линии контакта слоев условия полного контакта

$$\sigma_{xy}^{(1)}=\sigma_{xy}^{(2)},\ \sigma_{y}^{(1)}=\sigma_{y}^{(2)},\ v^{(1)}=v^{(2)},u^{(1)}=u^{(2)}\qquad \text{при}\quad y=0 \tag{1.2}$$

Для решения поставленной задачи будем исходить из уравнений геометрически нелинейной теории упругости. Предполагается, что связь между напряжениями и деформациями соответствует закону Гука, а углы поворота настолько велики, что ими нельзя пренебрегать ни при определении деформаций, ни при написании уравнений равновесия [9,10]. Соответствующие уравнения имеют вид:

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\left(1+\frac{\partial u^{(k)}}{\partial x}\right)\sigma_x^{(k)}+\frac{\partial u^{(k)}}{\partial y}\sigma_{xy}^{(k)}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\left(1+\frac{\partial u^{(k)}}{\partial x}\right)\sigma_{xy}^{(k)}+\frac{\partial u^{(k)}}{\partial y}\sigma_y^{(k)}\right]=0$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[\frac{\partial v}{\partial x}\sigma_x^{(k)}+\left(1+\frac{\partial v^{(k)}}{\partial y}\right)\sigma_{xy}^{(k)}\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[\frac{\partial v^{(k)}}{\partial x}\sigma_{xy}^{(k)}+\left(1+\frac{\partial v^{(k)}}{\partial y}\right)\sigma_y^{(k)}\right]=0$$

$$\frac{\partial u^{(k)}}{\partial x}+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial v^{(k)}}{\partial x}\right)^2\right]=a_{11}\sigma_x^{(k)}+a_{12}\sigma_y^{(k)}+a_{16}\sigma_{xy}^{(k)} \tag{1.3}$$

$$\frac{\partial v^{(k)}}{\partial y}+\frac{1}{2}\left[\left(\frac{\partial u^{(k)}}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial v^{(k)}}{\partial y}\right)^2\right]=a_{12}\sigma_x^{(k)}+a_{22}\sigma_y^{(k)}+a_{26}\sigma_{xy}^{(k)}$$

$$\frac{\partial u^{(k)}}{\partial y}+\frac{\partial v^{(k)}}{\partial x}+\frac{\partial u^{(k)}}{\partial x}\cdot\frac{\partial u^{(k)}}{\partial y}+\frac{\partial v^{(k)}}{\partial x}\cdot\frac{\partial v^{(k)}}{\partial y}=a_{16}\sigma_x^{(k)}+a_{26}\sigma_y^{(k)}+a_{66}\sigma_{xy}^{(k)}$$

Преобразовав геометрически нелинейные уравнения теории упругости анизотропного тела (1.3), вводя безразменую координатную систему $\xi = x/l,\ \zeta = y/h$, а также безразмерные перемещения $U^{(k)} = u^{(k)}/l,\ V^{(k)} = v^{(k)}/l$, получим систему, содержащую малый параметр $\varepsilon = h/l\ (h = h_1 + h_2)$. Эту систему, благодаря наличию малого геометрического параметра ε, удобно решить асимптотическим методом [1−8].

Решение этой системы ищем в виде [1−8] суммы

$$Q^{(k)} = \varepsilon^{q_k}\sum_{s=0}^{S}\varepsilon^s Q^{(k,s)} \tag{1.4}$$

где $Q^{(k)}$ любое из напряжений или безразмерных перемещений. Целое число q_k подбирается так, чтобы получилась непротиворечивая система для определения $Q^{(k,s)}$:

$$\begin{aligned} &q = 3 \ \text{ для } \ \sigma_x^{(k)}, \sigma_y^{(k)}, U^{(k)}, V^{(k)} \\ &q = 4 \ \text{ для } \ \sigma_{xy}^{(k)} \end{aligned} \tag{1.5}$$

Эта асимптотика по сути не отличается от той, что применялась для решения той же задачи в линейной теории упругости [5]. Однако здесь, чтобы получить итерационный процесс, асимптотическое представление (1.4) необходимо начинать с положительных степеней малого параметра. Асимптотике (1.5) соответствует выбор представления (1.1).

Подставляя (1.4) в систему преобразованных нелинейных уравнений, с использованием (1.5), и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях ε, получим

$$\frac{\partial \sigma_x^{(k,s)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_{xy}^{(k,s)}}{\partial \zeta} + \sigma_1^{*(k,s)} = 0$$

$$\frac{\partial \sigma_{xy}^{(k,s-2)}}{\partial \xi} + \frac{\partial \sigma_y^{(k,s)}}{\partial \zeta} + \sigma_2^{*(k,s)} = 0$$

$$\frac{\partial U^{(k,s)}}{\partial \xi} = a_{11}\sigma_x^{(k,s)} + a_{12}\sigma_y^{(k,s)} + a_{16}\sigma_{xy}^{(k,s-1)} - U_\xi^{(k,s-3)}$$

(1.6)

$$\frac{\partial V^{(k,s)}}{\partial \zeta} = a_{12}\sigma_x^{(k,s-1)} + a_{22}\sigma_y^{(k,s-1)} + a_{26}\sigma_{xy}^{(k,s-2)} - V_\zeta^{(k,s-2)}$$

$$\frac{\partial U^{(k,s)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial \xi} = a_{16}\sigma_x^{(k,s-1)} + a_{26}\sigma_y^{(k,s-1)} + a_{66}\sigma_{xy}^{(k,s-2)} - U_{\xi\zeta}^{(k,s-3)}$$

где

$$\sigma_1^{*(k,s)} = \sigma_{11}^{(k,s-1)} + \sigma_{12}^{(k,s-3)} \qquad \sigma_2^{*(k,s)} = \sigma_{21}^{(k,s-2)} + \sigma_{22}^{(k,s-4)} \qquad \sigma_{12}^{(k,s)} \neq \sigma_{21}^{(k,s)}$$

$$\sigma_{11}^{(k,s)} = \sum_{i=0}^{s}\left(\frac{\partial U^{(k,s-i)}}{\partial \zeta}\frac{\partial \sigma_y^{(k,i)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 U^{(k,s-i)}}{\partial \zeta^2}\sigma_y^{(k,i)}\right)$$

$$\sigma_{12}^{(k,s)} = \sum_{i=0}^{s}\left(\frac{\partial U^{(k,s-i)}}{\partial \xi}\frac{\partial \sigma_{xy}^{(k,i)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial U^{(k,s-i)}}{\partial \zeta}\frac{\partial \sigma_{xy}^{(k,i)}}{\partial \xi} + 2\frac{\partial^2 U^{(k,s-i)}}{\partial \xi \partial \zeta}\sigma_{xy}^{(k,i)} + \frac{\partial U^{(k,s-i)}}{\partial \xi}\frac{\partial \sigma_x^{(k,i)}}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 U^{(k,s-i)}}{\partial \xi^2}\sigma_x^{(k,i)}\right)$$

$$\sigma_{21}^{(k,s)} = \sum_{i=0}^{s}\left(\frac{\partial V^{(k,s-i)}}{\partial \zeta}\frac{\partial \sigma_y^{(k,i)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2 V^{(k,s-i)}}{\partial \zeta^2}\sigma_y^{(k,i)}\right) \qquad (1.7)$$

$$\sigma_{22}^{(k,s)} = \sum_{i=0}^{s}\left(\frac{\partial V^{(k,s-i)}}{\partial \xi}\frac{\partial \sigma_{xy}^{(k,i)}}{\partial \zeta} + \frac{\partial V^{(k,s-i)}}{\partial \zeta}\frac{\partial \sigma_{xy}^{(k,i)}}{\partial \xi} + 2\frac{\partial^2 V^{(k,s-i)}}{\partial \xi \partial \zeta}\sigma_{xy}^{(k,i)} + \frac{\partial V^{(k,s-i)}}{\partial \xi}\frac{\partial \sigma_x^{(k,i)}}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 V^{(k,s-i)}}{\partial \xi^2}\sigma_x^{(k,i)}\right)$$

$$U_\xi^{(k,s)} = \frac{1}{2}\sum_{i=0}^{s}\left(\frac{\partial U^{(k,s-i)}}{\partial \xi}\frac{\partial U^{(k,i)}}{\partial \xi} + \frac{\partial V^{(k,s-i)}}{\partial \xi}\frac{\partial V^{(k,i)}}{\partial \xi}\right)$$

$$V_{\zeta}^{(k,s)}=\frac{1}{2}\sum_{i=0}^{s}\left(\frac{\partial U^{(k,s-i)}}{\partial\zeta}\frac{\partial U^{(k,i)}}{\partial\zeta}+\frac{\partial V^{(k,s-i)}}{\partial\zeta}\frac{\partial V^{(k,i)}}{\partial\zeta}\right)$$

$$U_{\xi\zeta}^{(k,s)}=\sum_{i=0}^{s}\left(\frac{\partial U^{(k,s-i)}}{\partial\xi}\frac{\partial U^{(k,i)}}{\partial\zeta}+\frac{\partial V^{(k,s-i)}}{\partial\xi}\frac{\partial V^{(k,i)}}{\partial\zeta}\right)$$

Члены, обусловленные нелинейностью исходных уравнений, входят во величины $\sigma_1^{*(k,s)}$, $\sigma_2^{*(k,s)}$ и $U_{\xi}^{(k,s)}, V_{\zeta}^{(k,s)}, U_{\xi\zeta}^{(k,s)}$.

Интегрируя систему (1.6) по ζ, получим

$$V^{(k,s)}=v_0^{(k,s)}+v^{*(k,s)}(\xi,\zeta)$$

$$U^{(k,s)}=u_0^{(k,s)}+u^{*(k,s)}(\xi,\zeta)$$

$$\sigma_y^{(k,s)}=\sigma_{y0}^{(k,s)}+\sigma_y^{*(k,s)}(\xi,\zeta) \tag{1.8}$$

$$\sigma_x^{(k,s)}=\frac{1}{a_{11}^{(k,s)}}\frac{du_0^{(k,s)}}{d\xi}-\frac{a_{12}^{(k,s)}}{a_{11}^{(k,s)}}\sigma_{y0}^{(k,s)}+\sigma_x^{*(k,s)}(\xi,\zeta)$$

$$\sigma_{xy}^{(k,s)}=\sigma_{xy0}^{(k,s)}+\left(\frac{a_{12}^{(k,s)}}{a_{11}^{(k,s)}}\frac{d\sigma_{y0}^{(k,s)}}{d\xi}-\frac{1}{a_{11}^{(k,s)}}\frac{d^2u_0^{(k,s)}}{d\xi^2}\right)\zeta+\sigma_{xy}^{*(k,s)}(\xi,\zeta)$$

Величины со звездочками известны для каждого приближения s и выражаются через предыдущие приближения и определяются по формулам

$$v^{*(k,s)}=\int_0^{\zeta}\left(a_{12}^{(k,s)}\sigma_x^{(k,s-1)}+a_{22}^{(k,s)}\sigma_y^{(k,s-1)}+a_{26}^{(k,s)}\sigma_{xy}^{(k,s-2)}-V_{\zeta}^{(k,s-2)}\right)d\zeta$$

$$u^{*(k,s)}=\int_0^{\zeta}\left(a_{16}^{(k)}\sigma_x^{(k,s-1)}+a_{26}^{(k)}\sigma_y^{(k,s-3)}+a_{66}^{(k)}\sigma_{xy}^{(k,s-2)}-\frac{\partial V^{(k,s-1)}}{\partial\xi}-U_{\xi\zeta}^{(k,s-3)}\right)d\zeta$$

$$\sigma_y^{*(k,s)}=-\int_0^{\zeta}\left(\frac{\partial\sigma_{xy}^{(k,s-2)}}{\partial\xi}+\sigma_2^{*(k,s)}\right)d\zeta \tag{1.9}$$

$$\sigma_x^{*(k,s)}=\frac{1}{a_{11}^{(k,s)}}\frac{du^{*(k,s)}}{d\xi}-\frac{a_{12}^{(k,s)}}{a_{11}^{(k,s)}}\sigma_y^{*(k,s)}-\frac{a_{16}^{(k,s)}}{a_{11}^{(k,s)}}\sigma_{xy}^{(k,s-1)}+\frac{1}{a_{11}^{(k,s)}}U_{\xi}^{(k,s-3)}$$

$$\sigma_{xy}^{*(k,s)}=-\int_0^{\zeta}\left(\frac{\partial\sigma_x^{*(k,s)}}{\partial\xi}+\sigma_1^{*(k,s)}\right)d\zeta$$

Отметим, что для каждого приближения s $Q^{(k,s-i)}\equiv 0$, при $s<i$.

$\sigma_{y0}^{(k,s)}(\xi), \sigma_{xy0}^{(k,s)}(\xi), u_0^{(k,s)}(\xi), v_0^{(k,s)}(\xi)$-неизвестные функции интегрирования и подлежат определению. Удовлетворив условиям контакта (1.2), получим

$$u_0^{(1,s)} = u_0^{(2,s)}, v_0^{(1,s)} = v_0^{(2,s)}, \sigma_{y0}^{(1,s)} = \sigma_{y0}^{(2,s)}, \sigma_{xy0}^{(1,s)} = \sigma_{xy0}^{(2,s)}, \sigma_{x0}^{(1,s)} = \sigma_{x0}^{(2,s)} \tag{1.10}$$

Удовлетворив граничным условиям (1.1), получим

$$\begin{gathered} \sigma_{y0}^{(1,s)} = \sigma_y^{+(s)} - \sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \varsigma_1) \\ v_0^{(1,s)} = v^{+(s)} - v^{*(1,s)}(\xi, \varsigma_2) \\ \sigma_{xy0}^{(1,s)} = \sigma_{xy}^{+(s)} - \frac{a_{12}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} \varsigma_1 \frac{d\sigma_{y0}^{(1,s)}}{d\xi} + \frac{1}{a_{11}^{(1)}} \varsigma_1 \frac{d^2 u_0^{(1,s)}}{d\xi^2} - \sigma_{xy}^{*(1,s)}(\xi, \varsigma_1) \end{gathered} \tag{1.11}$$

а также следующее дифференциальное уравнение для определения $u_0^{(1,s)}$

$$C_{11} \frac{d^2 u_0^{(1,s)}}{d\xi^2} = p^{(s)} \tag{1.12}$$

где

$$p^{(s)} = \sigma_{xy}^{-} - \sigma_{xy}^{+} + \left(\frac{a_{12}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} \varsigma_1 - \frac{a_{12}^{(2)}}{a_{11}^{(2)}} \varsigma_2 \right) \left(\frac{d\sigma_y^{+(s)}}{d\xi} - \frac{d\sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \varsigma_1)}{d\xi} \right) +$$
$$+ \left[\sigma_{xy}^{*(1,s)}(\xi, \varsigma_1) - \sigma_{xy}^{*(2,s)}(\xi, \varsigma_2) \right]$$

$$C_{11} = \frac{\varsigma_1}{a_{11}^{(1)}} - \frac{\varsigma_2}{a_{11}^{(2)}} \qquad \varsigma_1 = \frac{h_1}{h}, \ \varsigma_2 = -\frac{h_2}{h}$$

Интегрируя уравнение (1.12), получим

$$u_0^{(1,s)} = \frac{1}{C_{11}} \int_0^{\xi}\int_0^{\xi} p^{(s)} d\xi d\xi + C_1^{(1,s)} \xi + C_2^{(1,s)} \tag{1.13}$$

где $C_1^{(1,s)}$ и $C_2^{(1,s)}$ произвольные постоянные.

Подставляя значения неизвестных функций из (1.11) и (1.13) в (1.8), решение задачи представим в следующем виде

$$\begin{gathered} \sigma_x^{(k,s)} = \frac{1}{a_{11}} \left(\frac{1}{C_{11}} \int_0^{\xi} p^{(s)} d\xi + C_1^{(1,s)} \right) - \frac{a_{12}^{(k,s)}}{a_{11}^{(k,s)}} \left[\sigma_y^{+(s)} - \sigma_y^{*(1,s)}(\xi, \varsigma_1) \right] + \sigma_{xy}^{*(k,s)}(\xi, \varsigma) \\ \sigma_{xy}^{(k,s)} = \sigma_{xy}^{+(k,s)} + \left(\frac{\varsigma_1}{a_{11}^{(1)}} - \frac{\varsigma}{a_{11}^{(k,s)}} \right) \frac{p^{(s)}}{C_{11}} - \left(\frac{a_{12}^{(1)}}{a_{11}^{(1)}} \varsigma_1 - \frac{a_{12}^{(k,s)}}{a_{11}^{(k,s)}} \varsigma \right) \left(\frac{d\sigma_y^{+(s)}}{d\xi} - \frac{d\sigma_y^{*(k,s)}(\xi, \varsigma_1)}{d\xi} \right) + \\ + \sigma_{xy}^{*(k,s)}(\xi, \varsigma) - \sigma_{xy}^{*(1,s)}(\xi, \varsigma_1) \\ \sigma_y^{(k,s)} = \sigma_y^{+(s)} - \sigma_y^{*(k,s)}(\xi, \varsigma_1) + \sigma_y^{*(k,s)}(\xi, \varsigma) \end{gathered} \tag{1.14}$$

$$U^{(k,s)} = \frac{1}{C_{11}}\int_0^\xi\int_0^\xi p^{(s)}d\xi d\xi + C_1^{(k,s)}\xi + C_2^{(k,s)} + u^{*(k,s)}(\xi,\varsigma)$$

$$V^{(k,s)} = v^{-(s)} - v^{*(k,s)}(\xi,\varsigma_2) + v^{*(k,s)}(\xi,\varsigma)$$

2. Однослойная полоса. В уравнениях и выведенных формулах полагая $a_{ij}^{(1)} = a_{ij}^{(2)} = a_{ij}, h_1 = h_2 = h$ получим решение смешанной краевой задачи для однослойной анизотропной полосы на основе геометрически нелинейной теории упругости:

$$\varsigma_1 = -\varsigma_2 = 1,\ C_{11} = \frac{2}{a_{11}},$$

$$p^{(s)} = \sigma_{xy}^{-} - \sigma_{xy}^{+} + 2\frac{a_{12}}{a_{11}}\left(\frac{d\sigma_y^{+(s)}}{d\xi} - \frac{d\sigma_y^{*(s)}(\xi,1)}{d\xi}\right) + \left(\sigma_{xy}^{*(s)}(\xi,1) - \sigma_{xy}^{*(s)}(\xi,-1)\right)$$

$$\sigma_x^{(s)} = \int_0^\xi p^{(s)}d\xi + C_1^{(s)} - \frac{a_{12}}{a_{11}}\left(\sigma_y^{+(s)}(\xi) - \sigma_y^{*(s)}(\xi,1)\right) + \sigma_x^{*(s)}(\xi,\varsigma)$$

$$\sigma_y^{(s)} = \sigma_y^{+(s)} - \sigma_y^{*(s)}(\xi,1) + \sigma_y^{*(s)}(\xi,\varsigma)$$

$$\sigma_{xy}^{(s)} = \sigma_{xy}^{+(s)} + (1-\varsigma)\frac{p^{(s)}}{2} - \frac{a_{12}}{a_{11}}(1-\varsigma)\left(\frac{d\sigma_y^{+(s)}}{d\xi} - \frac{d\sigma_y^{*(s)}(\xi,1)}{d\xi}\right) + \sigma_{xy}^{*(s)}(\xi,\varsigma) - \sigma_{xy}^{*(s)}(\xi,1)$$

$$U^{(s)} = a_{11}\left(\int_0^\xi\int_0^\xi p^{(s)}d\xi d\xi + C_1^{(s)}\xi + C_2^{(s)}\right) + u^{*(s)}(\xi,\varsigma) \qquad (2.1)$$

$$V^{(s)} = v_y^{-(s)} - v^{*(s)}(\xi,-1) + v^{*(s)}(\xi,\varsigma)$$

Система уравнений (1.6) в нулевом приближении совпадает с системой уравнений той же задачи в линейной постановке [5].

Решение внутренней задачи (2.1) не содержит необходимое число произвольных постоянных, для точного удовлетворения торцевым условиям при $x = 0, l$. Для точного удовлетворения этим условиям необходимо построить также решение типа пограничного слоя. Решение типа пограничного слоя для однослойной анизотропной термоупругой полосы, когда на лицевых кромках полосы заданы смешанные условия, построено в [5]. Представляя общий интеграл задачи в виде суммы решений внутренней задачи и пограничных слоев, соответствующие краям $x = 0, l$, можно удовлетворить торцевым условиям.

Рассмотрим частное решение задачи для однослойной ортотропной полосы.

Пусть

$$\begin{aligned} &\sigma_{xy}^{-}(x) = \tau^{-} = const,\ v^{-}(x) \equiv 0 \\ &\sigma_{xy}^{+}(x) = \tau^{+},\ \sigma_{y}^{+}(x) = -p = const \end{aligned} \tag{2.2}$$

Пользуясь решениями (2.1) и формулами (1.7) - (1.9) и вычисляя приближения до $s = 3$ включительно, получим:

$$\sigma_{xy} = \frac{1}{2}(1+\zeta)\tau^{+} - \frac{1}{2}(1-\zeta)\tau^{-}$$

$$\sigma_x = \frac{1}{2}(\tau^{-} - \tau^{+})\xi + \frac{a_{12}}{a_{11}}p + C_1^{(0)} + (C_1^{(1)} + C_1^{(2)}\varepsilon)\varepsilon +$$

$$+\left[-\left(a_{12} + \frac{a_{66}}{2}\right)(\tau^{-} - \tau^{+})p\xi + a_{11}C_1^{(3)} - \left\{\frac{a_{11}}{2}(\tau^{-} - \tau^{+})\frac{\xi^2}{2} + a_{11}C_1^{(0)}\xi\right\}(\tau^{-} - \tau^{+}) + \right.$$

$$\left. + \frac{a_{11}}{2}\left\{\frac{1}{2}(\tau^{-} - \tau^{+})\xi + C_1^{(0)}\right\}^2\right]\varepsilon^3$$

$$\sigma_y = -p$$

$$U = a_{11}\left(\frac{1}{4}(\tau^{-} - \tau^{+})\xi^2 + C_1^{(0)}\xi + C_2^{(0)}\right) + a_{11}(C_1^{(1)}\xi + C_2^{(1)})\varepsilon +$$

$$+\left[\frac{a_{66}}{2}(\tau^{+} + \tau^{-})\zeta - \frac{a_{66}}{2}(\tau^{-} - \tau^{+})\frac{\xi^2}{2} + a_{11}(C_1^{(2)}\xi + C_2^{(2)}) - \frac{1}{2}a_{12}(\tau^{-} - \tau^{+})\zeta\left(1 + \frac{\zeta}{2}\right)\right]\varepsilon^2 +$$

$$+\left\{-a_{11}\left[\left(a_{12} + \frac{a_{66}}{2}\right)(\tau^{-} - \tau^{+})p\frac{\xi^2}{2} + \left(\frac{a_{11}}{2}(\tau^{-} - \tau^{+})\frac{\xi^3}{6} + \frac{a_{11}C_1^{(0)}\xi^2}{2}\right)(\tau^{-} - \tau^{+})\right]\right\}\varepsilon^3 + \tag{2.3}$$

$$+(a_{11}C_1^{(3)}\xi + a_{11}C_2^{(3)})\varepsilon^3$$

$$V = \left(\frac{1}{2}a_{12}(\tau^{-} - \tau^{+})\xi(\zeta + 1) + \left(\frac{a_{12}^2}{a_{11}} - a_{22}\right)p(\zeta + 1) + a_{12}C_1^{(0)}(\zeta + 1)\right)\varepsilon + a_{12}C_1^{(1)}(\zeta + 1)\varepsilon^2 +$$

$$+a_{12}C_1^{(2)}(1 + \zeta)\varepsilon^3$$

Сравнивая решение (2.3) с решением той же задачи в линейной постановке [illegible], заметим, что претерпели изменения формулы для напряжения σ_x и перемещения U. Поправки, обусловленные нелинейностью задачи, проявляются начиная с приближения $s = 3$. Поправочные члены в (2.3) взяты в фигурные скобки. В остальных напряжениях и перемещении U - эти поправки будут проявляться в последующих приближениях. Эти поправки будут существенными для сильно анизотропных материалов при большой изменяемости внешних загрузок.

Литература

1. Голденвейзер А. Л., Теория тонких оболочек, М., Наука, 1976, 510с.
2. Агаловян Л. А., Асимптотическая теория анизотропных пластин и оболочек, М., Наука, Физматлит, 1997. 415с.
3. Агаловян Л. А., Геворкян Р.С., Неклассические краевые задачи анизотропных слоистых балок, пластин и оболочек, Ер., Изд-во ”Гитутюн” НАН РА, 2005, 468с.
4. Хачатрян Ш. М., К определению напряженно-деформированного состояния анизотропной полосы, “Изв. АН Арм. ССР. Механика”, т.29, N6, 1976,С.19-32.
5. Агаловян Л. А., Товмасян А. Б. О смешанной краевой задаче для анизотропной термоупругой полосы, “Докл. АН Армении”, т.92, N2, 1991. С. 76-81.
6. Петосян Г. А., Об одной смешанной задаче анизотропной полосй-прямпоугольника, “Уч. записки АрГУ. N1(14), 2007, С. 36-42.
7. Агаловян Л. А., Хачатрян А. М., К решению первой краевой задачи для анизотропной полосы на основе геометрически налинейной теории упругости, “Изв. Вузов. Северо-кавказский регион. Естественные науки”, 2001. Спецвыпуск. С. 16-18.
8. Хачатрян А. М., Товмасян А. Б., Смешанные краевые задачи для однослойной анизотропной полосы-балки по геометрически нелинейной теории упругости, V межд. конф.(1-7 октября, Горис, 2005г.), Проблемы динамки взоимодействия деформируемых сред, Изд-во “Гитутюн”. НАН РА, Ереван, 2005, 350с.
9. Новожилов В. В., Основы нелинейной теории упругости. Л., М., 1948.
10. Черных К. Ф., Литвиненкова З. Н., Теория больших упругих деформаций, Л., 1988.

Անիզոտրոպ երկշերտի մի խառը եզրային խնդրի մասին առաձգականության երկրաչափորեն ոչ գծային տեսության հիման վրա

Ն.Սարգսյան

Ամփոփում

Աշխատանքում դիտարկվում է անիզոտրոպ երկշերտի լարվածային-դեֆորմացիոն վիճակի որոշման խնդիրը առաձգականության ոչ գծային տեսության հիման վրա: Ենթադրվում է, որ երկշերտի երկայնական կողմերից մեկի վրա տրված են լարումների, իսկ մյուսի վրա՝ լարման և տեղափոխության պայմաններ: Կառուցված է ներքին խնդրին համապատասխանող լուծումը: Միաշերտի համար դիտարկված է խնդրի մասնավոր լուծում:

About a Mixed Boundary Value Problem of Anisotropic Two-Layer on the Base of Geometrical Non-Linear Theory of Elasticity

N.Sargsyan

Summary

In the work is anizotrop two-layer stress-strain state problem solution on the base of theory of non-linear elasticity is observed. It is supposed that on one of the two-layer longitudinal sides are presented stress conditions, and on the other one displacement and stress conditions. It is formed to correspond to internal problem solution. For one-layer consider a particular solving of the problem.