

ԿՐԹՈՒԹՅՈՒՆ, ՄԱՆԿԱԿԱՐԺՈՒԹՅՈՒՆ  
ԵՎ ՀՈԳԵՐԱՆՈՒԹՅՈՒՆ

**ՏԱՐԱԾԱԿԱՆ ՄՏԱԾՈՂՈՒԹՅԱՆ ԿԱՌՈՒՑՎԱԾՔԻ ԵՎ ՆՐԱ ԶԱՐԳԱՑՄԱՆ ՈՒՂԻՆԵՐԻ ԽՆԴԻՐԸ ԳԻՏԱԿԱՆ ՈՒՍՈՒՄՆԱՍԻՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐՈՒՄ \***

**Գայանե Առաքելյան**

**Բանալի բառեր`** տարածական մտածողություն, մաթեմատիկական մտածողություն, պատկերային մտածողություն, տարածական պատկերացում, տարածական պատկեր, մտածողություն, կառուցվածք, գործառնել, պատկեր:

Գիտական գրականության ուսումնասիրությունները ցույց է տվել, որ տարածական մտածողության ձևավորման-զարգացման հիմնախնդիրը միշտ էլ եղել է մաթեմատիկոսների, մանկավարժների, հոգեբանների և մեթոդիստների ուսումնասիրությունների կենտրոնում: Հայտնի է, որ տարածական մտածողությունը մաթեմատիկական մտածողության կարևորագույն բաղադրիչն է:

Տարածական մտածողության ձևավորման-զարգացման հիմնահարցին է նվիրված բազմաթիվ ուսումնասիրություններ` մենագրություններ, ատենախոսություններ և այլն:

Այսպես` տարածական մտածողության հասկացության և կառուցվածքի հարցերի ուսումնասիրությունում մեծ ներդրում են ունեցել արտասահմանյան հոգեբաններ` Ա. Բոնեն, Է. Գորդայկը, մաթեմատիկոսներ` Ժ. Ադամարը, Ա. Պուանկարեն և այլն:

Մեր ուսումնասիրությունների հանգել ենք այն եզրակացության, որ մի շարք գիտնականների կողմից փորձ է արվել տալու «տարածական մտածողության» հասկացության սահմանումը, սակայն մինչև հիմա չկա ընդգրկում սահմանում: Դա բացատրվում է այդ հարցի ուսումնասիրության բազմաթիվ ուղղություններով: Մաթեմատիկոսները, հոգեբանները և մանկավարժները ներդրում են տարբեր իմաստ «տարածական մտածողության» հասկացության սահմանման մեջ:

Հարց է ծագում` արդյո՞ք տարածական մտածողությունը մաթեմատիկական մտածողության կառուցվածքի առանձին տարր է, թե ընդունակությունները մաթեմատիկայի նկատմամբ ունիտար հատկություն են:

Այս հարցին պատասխանելու համար շատ գիտնականներ դիմել են կորեյացիոն վերլուծության մեթոդին, այն է` հաշվում էին կորեյացիայի մեծությունը սովորողների ուսումնական գործունեության մաթեմատիկայի տարբեր ճյուղերի միջև (թվաբանություն, հանրահաշիվ, երկրաչափություն) և կորեյացիայի մակարդակի հիման վրա եզրակացնում խմբային մաթեմատիկական գործունի առկայությունը կամ բացակայությունը (այսինքն` մաթեմատիկայի նկատմամբ կարողությունները ընդհանրապես կամ նրա տարբեր բաժինների նկատմամբ):

Օրինակ` շվեդ հոգեբան Ի. Վերդելին, հիմնվելով բազմագործոնային տեսության վրա, փորձում է վերլուծել դպրոցականների մաթեմատիկական կարողությունների կառուցվածքը, այդ կառուցվածքի մեջ բացահայտել բոլոր գործոնների հարաբերական դե-

\* Հոդվածն ընդունվել է 15.01.2016:

Հոդվածը տպագրության է երաշխավորել «Գրիգոր Նարեկացի» համալսարանի Մանկավարժության և մեթոդիկայի ամբիոնը:

**ՄԵՍՐՈՊ ՄԱՇՏՈՑ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԼՐԱՏՈՒ 2016**

րը, որոնք հաստատվել են գիտնական-հոգեբանների՝ այդ ուղղությամբ կատարվող ուսումնասիրություններում:

Հետազոտելով մաթեմատիկական ընդունակությունները՝ Վերդելին մշակել է 53 թեստեր, որոնց մեջ ընդգրկվել են թեստեր, որոնք նախկինում օգտագործել են ուրիշ հետազոտողներ, ինչպես նաև այնպիսիները, որոնք ստեղծվել են հեղինակի կողմից: Տարբեր խմբի թեստերը ուղղված են եղել վերը նշված մի քանի գործոնների հետազոտությանը: Անցկացնելով շատ աշխատատար հետազոտություն՝ հեղինակը չի կարողացել համակարգել արդյունքները, և չնայած փորձել է բացահայտել տարածական մտածողության կառուցվածքը, ոչ մի նորույթ, բացի արդեն նշված հինգ գործոններից, չի առաջարկել: Այնուամենայնիվ նրա կողմից մշակված շատ թեստեր որոշակի հետաքրքրություն են ներկայացնում նշված այս կամ այն գործոնի, մասնավորապես մեզ հետաքրքրող տարածական գործոնի գարգացման մակարդակի այստորոշման հարցում:

Մաթեմատիկական մտածողության կառուցվածքի հիմնահարցի մասին ուսումնասիրություններից կարելի է նշել նաև Ռ. Կոլերմանի, Ռ. Չանյեի և Ն. Պարադելի, Ա. Կոմերոնի, Է. Գորնդայի աշխատանքները: Վերոնշյալ հեղինակները, տալով իրենց սեփական մաթեմատիկական կարողությունների կառուցվածքը նրանում, այնուամենայնիվ, առանձնացնում են փաստորեն միանման բաղադրիչների հավաքակազմ, որոնք համապատասխանում են նշված հինգ գործոններին: Դիտարկումները ցույց են տվել, որ այդ կառուցվածքում որպես առավել կարևոր բաղադրիչներից մեկը բոլոր գիտնականները առանձնացնում են տարածական մտածողության գործոնը: Մասնավորապես, տարածական մտածողության կառուցվածքի ամենահետաքրքիր ուսումնասիրություններից մեկը անց են կացրել Վ. Խացկերը և Տ. Ցիգենը: Հեղինակներն ամենից առաջ առանձնացրել են չորս հիմնական հարակից բաղադրիչներ, որոնք մաթեմատիկական մտածողության «միջուկն» են՝ տարածական, տրամաբանական, թվային և սիմվոլային:

Վերստին ընդգծենք, որ այս բաղադրիչներից յուրաքանչյուրը նրանք փորձել են տրոհել ավելի պարզ բաղադրիչների: Մեզ հետաքրքրող տարածական բաղադրիչը ներկայացված է հետևյալ կառուցվածքով՝

1. Տարածական պատկերների, մարմինների և նրանց համալիրների հասկացում.
2. Տարածական պատկերների հիշողություն (տարածական պատկերներացում).
3. Տարածական վերացարկում (աբստրակցիա) (տարածական պատկերների ընդհանուր հատկանիշները տեսնելու կարողություն).
4. Տարածական համակցվածություն (տարածական պատկերների միջև կապերի և հարաբերությունների ընկալում և ինքնուրույն բացահայտում):

Մեզ հետաքրքրող հիմնահարցի վերաբերյալ ավելի ամբողջական ուսումնասիրություններից մեկը լեհ գիտնական-հոգեբան և մանկավարժ Ա. Պարդայիի աշխատությունն է: [1]

Գիտական գրականության ուսումնասիրություններից եզրակցնում ենք, որ իր աշխատանքներում Ա. Պարդային մշակել է տարբեր դպրոցների սովորողների երկրաչափական մտածողության և տարածական երևակայության այստորոշման մեթոդիկան (հաշվի առնելով լեհական դպրոցների առանձնահատկությունները): [2]

Նրա կողմից մշակված մեթոդիկան իրենից ներկայացնում է թեստերի համակարգ՝ տրված հինգ տարբերակներից՝ ճիշտ պատասխանի ընտրությամբ: Առաջադրանքներն ունեն դժվարության տարբեր մակարդակ և ստուգում են ոչ միայն երկրաչափական պատկերները «տեսնելու», այլև համապատասխան հասկացությունների յուրացումը: Մեթոդիկան ունի մի շարք թերություններ, մասնավորապես չի բացահայտում սխալները, որոնք թույլ են տրվում սովորողների կողմից երկրաչափական մարմինները պատկե-

## ՄԵՍՐՈՊ ՄԱՇՏՈՑ ՀԱՄԱԼՍԱՐԱՆԻ ԼՐԱՏՈՒ 2016

րացնելիս և նրանցով գործառնելիս, տեղեկություն չի տալիս երկրաչափական մարմինները սխալ «տեսնելու» փաստերի և պատճառների մասին: Այնուամենայնիվ հեղինակի ընտրած առաջադրանքները մեծ հետաքրքրություն են ներկայացնում տարածական մտածողության տարբեր բնագավառների ուսումնասիրության գործում (մասնավորապես տարածական երևակայության):

Եզրափակելով նշված հիմնախնդրին վերաբերող արտասահմանյան հոգեբանների աշխատանքների դիտարկումը՝ պետք է նկատել, որ, չնայած մեզ հետաքրքրող բնագավառում բավականաչափ աշխատանքների առկայությանը, մեզ մատչելի ուսումնասիրությունները հատուկ պատկերացում չեն տալիս տարածական մտածողության կառուցվածքի մասին:

Վերը նշված ուսումնասիրությունների արդյունքները ընդհանրացնելով՝ մենք ստացել ենք տարածական մտածողության ամենաընդհանուր բնութագրիչները որպես մաթեմատիկական մտածողության ամենակարևոր գործոններից մեկը:

Դպրոցականների տարածական մտածողության կառուցվածքի ուսումնասիրության գործում մեծ ներդրում ունի հայտնի հոգեբան Վ.Ա.Կրուտցկին: Իր՝ «Սովորողների մաթեմատիկական ընդունակությունների հոգեբանություն» աշխատության մեջ հեղինակը անց է կացնում մաթեմատիկական շնորհալիության կառուցվածքի հետազոտություն (որպես ընդունակությունների՝ որակապես յուրահատուկ համակցություն)՝ բաղադրիչները առանձնացնելու նպատակով, որոնք այդ «մտքի անբաժանելի հատկության բաղկացուցիչներն» են: Արդյունքում՝ Վ.Ա.Կրուտցկին առանձնացնում է մաթեմատիկական մտածողության հետևյալ բաղադրիչները.

1. Մաթեմատիկական նյութի ձևակերպման կոնկրետ քանակական հարաբերակցություններից և տարածական ձևերից վերացարկման և հարաբերությունների և կապերի ձևական կառույցների հետ աշխատելու ունակություն.
2. Մաթեմատիկական նյութի ընդհանրացման կարողություն.
3. Թվային և նշանային սիմվոլների գործառության կարողություն.
4. Հաջողական, տրամաբանական մտածելակերպի կարողություն.
5. Դատողության գործընթացի կրճատման, ձևափոխված կառուցվածքով մտածելու կարողություն.
6. Մտային գործունեության հակադարձման ունակություն.
7. Մտածողության ձկնություն, կարծրատիպերից ազատություն.
8. Մաթեմատիկական հիշողություն (ընդհանրացված, կառուցվածքի ձևակերպման, տրամաբանական սխեմաների հիշողություն).
9. Տարածական պատկերացման կարողություն, «որը ուղիղ ձևով կապված է մաթեմատիկայի այնպիսի շյուղի հետ, ինչպիսին երկրաչափությունը (հատկապես տարածական երկրաչափությունը)»:

Իհարկե, այս ամենը չեն կարող պատկերացում տալ սովորողի տարածական մտածողության զարգացման մակարդակի մասին, սակայն մեզ համար հետաքրքրություն է ներկայացնում ոչ միայն տարածական մտածողությունը որպես մաթեմատիկական մտածողության կառուցվածքի ինքնուրույն բաղադրիչ, այլև առանձնացնելու այն բնութագրելու փորձը:

Ի հավելումն նշենք, որ Կրուտցկիի աշխատանքը հետաքրքրություն է ներկայացնում մեր ուսումնասիրության համար, քանի որ հեղինակը բավական մեծ ուշադրություն է հատկացնում տարածական մտածողությանը, առանձնացնում է այն որպես մաթեմատիկական մտածողության կառուցվածքի ինքնուրույն բաղադրիչ: Մեզ համար հատուկ կարևորություն է ներկայացնում մաթեմատիկական մտածողության տեսակների բնու-

թագրությունը և մեր ուսումնասիրություններում մենք ուշադրություն ենք դարձրել այդ տեսակավորմանը: Հետաքրքիր է նաև սովորողների տարածական երևականության մակարդակի ախտորոշման փորձը: Սակայն, մեր կարծիքով, հեղինակը բավականաչափ ուշադրություն չի դարձրել տարածական մտածողության կառուցվածքի ուսումնասիրությանը:

Տարածական մտածողության բովանդակության և կառուցվածքի ուսումնասիրության հարցերում մեծ ավանդ ունի Ի. Ս. Յակիմանսկայան: Իր «Դպրոցականների տարածական մտածողության ախտորոշման մի քանի եղանակների մասին» [3] և «Դպրոցականների տարածական մտածողության զարգացումը»[4] աշխատություններում Յակիմանսկայան հետազոտում է տարածական պատկերների ձևավորման գործընթացը, նրանց յուրահատկությունները, պատկերների գործառնման առանձնահատկությունները:

Վերոնշյալ գիտնականների և ուրիշների աշխատություններում մանրամասն հետազոտվում են սովորողների տարածական պատկերներ ստեղծելու և դրանք գործառելու տարիքային և անհատական առանձնահատկությունները: Մեծ ուշադրություն է հատկացված պատկերների ձևավորման եղանակների վերլուծությանը, դրանց կայունությանը, բացահայտմանը: Հատկապես, մեզ համար հետաքրքրություն է ներկայացնում «Պատկերային մտածողության տարիքային և անհատական առանձնահատկությունները» աշխատությունը [5], որը կատարվել է Ի. Ս. Յակիմանսկայի կողմից՝ Վ. Ս. Ստոլետնևի, Ի. Յա. Կապլունովիչի, Ե. Պ. Շիյանովանի, Խ. Ի. Կադայասի, Գ. Ե. Ռոմանովանի, Ե. Դ. Բոժավիչի և Մ. Կ. Գումարովանի համահեղինակությամբ: Աշխատանքում ներկայացված են ախտորոշման մեթոդիկայի հիմնական դրույթները, որոնք թույլ են տալիս հաստատել սովորողների պատկերային մտածողության կառուցվածքի ընդհանուր և հատուկ բաղադրիչները, նրանց զարգացման մակարդակները, գիտելիքների յուրացման գործընթացում պատկերային մտածողության առանձնահատկությունների ի հայտ գալը, ուշադրություն է դարձվել սովորողների պատկերային մտածողության անհատական տարբերությունների նկարագրությանը, որոնք կայուն հետաքրքրություն են ցուցաբերել մաթեմատիկական և գեղարվեստական գործունեության նկատմամբ:

Ըստ մեր հետազոտությունների՝ եզրակացության պատկերային մտածողության առանձնահատկությունները նկարագրվում են բնագիտամաթեմատիկական գիտակարգերի նյութի վրա: Լյո Նյութի օգտագործումը ցույց է տվել, որ նշված գիտակարգերի միջոցով պատկերային մտածողության զարգացման համար ունենում են մեծ պահուստ (ռեզերվ), որոնք բավականաչափ չի օգտագործում գործնական ուսուցման մեջ:

Սովորողների մոտ տարածական մտածողության զարգացման և ձևավորման հարցերի ուսումնասիրությանն են նվիրված Վ. Ա. Դալինգերի աշխատանքները [6]: Հեղինակը ցույց է տալիս տարածական մտածողության զարգացման կարևորությունը՝ նշելով որ «տարածության մեջ մարդու կողմնորոշումը հանդիսանում է այն հիմքը, որն անհրաժեշտ է մի շարք մասնագիտությունների գործնական գործունեության համար...»:[7]

Իսկապես նշում է Վ. Ա. Դալինգերը, տարածական պատկերացումը սովորողների անհրաժեշտ է և երկրաչափության ուսումնական դասընթացը ըմբռնելու և գործնական ու տեսական տարատեսակ առաջադրանքների լուծման համար: Նշելով շրջանավարտների տարածական մտածողության ծայրահեղ ծանր մակարդակը՝ հեղինակը բերում է հարցման տվյալներ, որն անց է կացվել Օմսկի շրջանի դպրոցի ավագ դասարաններում և նշում է սովորողների թույլ տված առավել բնորոշ սխալները:

Հիմնվելով Գ. Դ. Գլեյզերի առաջարկած տարածական մտածողության կառուցվածքի և Ի. Ս. Յակիմանսկայի մշակած տարածական մտածողության երեք տիպերի տեսության վրա, ինչպես նաև հաշվի առնելով սովորողների մոտ տարածական պատկեր-

ների ձևավորման գործընթացում տարիքային առանձնահատկությունները՝ Վ. Ա. Դալինգերը մշակել է երկրաչափության դասերին սովորողների տարածական մտածողության զարգացման և ձևավորման մեթոդիկան: Նրա ուսումնասիրությունները, որոնք նվիրված են բարձր դասարանի սովորողների տարածական մտածողության զարգացմանը տարածաչափության դասերին, էական դեր է ունեցել սովորողների մոտ տարածական մտածողության զարգացման գործում: [8]

Տարածական մտածողության կառուցվածքի հետազոտությանը, նրա բացահայտմանը և ձևավորման մեթոդիկայի մշակմանը, այդ գործընթացի հիմնական ցուցանիշների սահմանման են նվիրված Ի. Յա. Կապլունովիչի աշխատանքները [9]: Ելնելով Ի. Ս. Յակիմանսկայի տված տարածական մտածողության սահմանումից, տարածական մտածողության երեք տիպերի տեսությունից. մտածողության օպերատիվ կառուցվածքի և հիմնական մաթեմատիկական կառուցվածքների համաձայնության վերաբերյալ Ժ. Պիաժեի դրույթներից [10]՝ Ի. Յա. Կապլունովիչը սահմանում է տարածական մտածողության կառուցվածքը որպես «տարածական մարմինների պատկերների հետ իրականացվող բազմաթիվ գործողությունների բազմամակարդակ համակարգ» [11]: Ըստ Կապլունովիչի՝ փորձարկվողի մոտ այդ կառուցվածքի զարգացման բնորոշիչ կարող են հանդիսանալ հետևյալ ունակությունները.

1. Տարածական մարմինների պատկերների նկատմամբ ցանկացած հերթականությամբ կատարել մաթեմատիկական ձևափոխություններ.

2. Փոխարինել ձևափոխությունների համադրույթը տվյալ ամբողջության ձևափոխություններից մեկով.

3. Արագ կատարել ուղիղ գործողության հակադարձ գործողությունը և նշված ձևափոխության արդյունքներից ելնելով վերականգնել սկզբնական տվյալները.

Կապլունովիչը տարածական մտածողության զարգացվածության բարձր մակարդակի բնութագրիչների որակյալ ցուցանիշ համարում է՝

1. Ստեղծված պատկերի դինամիկությունը,
2. Իրականացվող գործողությունների գիտակցումը,
3. Նրանց ընդհանրացումը,
4. Համակարգի ձևավորումը,
5. Ստային գործողությունների խմբի գոյացումը:

Ամփոփելով ուսումնասիրվող հիմնախնդրի վերաբերյալ հոգեբանական և մանկավարժական գրականության տվյալները՝ պետք է նշել, որ գրեթե բոլոր գիտնականները առանձնացրել են տարածական մտածողությունը որպես մաթեմատիկական մտածողության կառուցվածքի կարևոր բաղադրիչներից մեկը (չնայած նրան տվել են տարբեր անվանումներ):

### **ԾԱՆՈԹԱԳՐՈՒԹՅՈՒՆՆԵՐ**

1. Пардала А. О системе задач для формирования пространственных представлений// Математика в школе, 1993, N5, стр.15
2. Пардала А. Тест как средство исследования пространственного воображения// Математика в школе, 1995, N3, стр.79
3. Якиманская И.С. О некоторых путях диагностики пространственного мышления школьников//Вопросы психологии, 1971, N3, стр.85
4. Якиманская И.С. Развитие пространственного мышления школьников, М., 1980, стр.139

5. Возрастные и индивидуальные особенности образного мышления учащихся/Под ред. Якиманской И.С., М., Педагогика, 1989, стр.110
6. Далингер В.А. Стереометрические задачи на построение: Уч. пособие/В.А. Далингер – СПб., 2000, стр.37
7. Далингер В.А. Методика обучения учащихся стереометрии посредством решения задач: Учебное пособие / В.А. Далингер. Омск, 2000, стр. 5–9
8. Далингер В.А. Формирование визуального мышления у учащихся в процессе обучения математики: учеб. пособие/ В.А.Далингер, Омск, 1999, стр.12
9. Каплунович И.Я. О структуре пространственного мышления при решении математических задач/ И.Я. Каплунович// Вопросы психологии, 1978, N3, стр.35
10. Пиаже Ж. Как дети образуют математические понятия// Вопросы психологии, 1966, N4, стр.121
11. Как развивать пространственное мышления у учащихся на уроках математики: рекомендации в помощь учителю, М., 1985, стр.76

### **ԱՄՓՈՓՈՎԻՐ**

#### **Տարածական մտածողության կառուցվածքի և նրա զարգացման ուղիների խնդիրը գիտական ուսումնասիրություններում Գայանե Առաքելյան**

Տարածական մտածողության զարգացման հիմնախնդիրը միշտ էլ եղել է մաթեմատիկոսների, մանկավարժների, հոգեբանների և մեթոդիստների ուսումնասիրությունների կենտրոնում: Տարածական մտածողությունը մաթեմատիկական մտածողության կարևորագույն բաղադրիչն է: Տարածական պատկերներով գործառնելը, ինչպես նաև տարածության մեջ կողմնորոշվելը մարդուն անհրաժեշտ են մի շարք մասնագիտությունների գործնական գործունեության համար:

Հոդվածում կատարված է տարածական մտածողության կառուցվածքի և նրա զարգացման հիմնահարցի վերաբերյալ հոգեբանական և մանկավարժական գրականության վերլուծություն:

### **РЕЗЮМЕ**

#### **Проблемы изучения структуры пространственного мышления и путей его развития в научных исследованиях Гаяне Аракелян**

**Ключевые слова:** *пространственное мышление, математическое мышление, образное мышление, пространственное представление, пространственный образ, мышление, структура, оперировать, образ.*

Пространственное мышление всегда рассматривалось учеными-математиками, педагогами и психологами как одно из важнейших составляющих математического мышления. Так как умение свободно оперировать пространственными образами, ориентироваться в пространстве (видимом или воображаемом) необходимо человеку в любой сфере его жизнедеятельности. В статье проведен анализ психологической и педагогической литературы по исследованию проблемы изучения структуры и развития пространственного мышления.

**SUMMARY**

**The problem of study of the spatial thinking structure and  
the ways of its development in scientific research**

**Gayane Arakelyan**

**Keywords:** *spatial thinking, mathematical thinking, visual thinking, spatial visualization, spatial image, thinking, structure, operate, image.*

Spatial thinking has always been regarded as one of the most important components of the mathematical thinking by scientists and mathematicians, teachers and psychologists. The ability to operate freely with spatial images, to orient in the space (visible and imagery) is important for a man in any sphere of his activity. The article represents the review of psychological and pedagogical literature and deals with the study of the problems of structure and development of the spatial thinking.