

чемъ эти таблицы были составлены до переписи, на основаніи данныхъ о совокупностяхъ родившихся и умершихъ. Въ связи съ неполнотою и неудовлетворительностью имѣвшихся матеріаловъ для построенія таблицъ смертности и допущенныхъ отдѣльными изслѣдователями неправильныхъ пріемовъ, таблицы эти не привели къ прочно обоснованнымъ и общепризнаннымъ результатамъ; результаты получались въ значительной мѣрѣ противорѣчивые, и порядокъ вымиранія, характеръ и особенности смертности населенія Россіи не могутъ быть признаны достаточно изученными.

Построеніе полной, относящейся къ населенію всѣхъ вѣроисповѣданій Европейской Россіи таблицы смертности, по даннымъ о совокупностяхъ живущихъ и умершихъ, и составляетъ предметъ настоящей работы.

Теорію измѣренія смертности и подробности о построеніи таблицъ можно найти въ сочиненіяхъ, списокъ коихъ приведенъ въ концѣ работы. Въ настоящей работѣ приводятся лишь краткія, общія практическія указанія о построеніи таблицъ смертности.

## II.

### Таблицы смертности и основные методы ихъ построенія.

Таблица смертности состоитъ изъ нѣсколькихъ статистическихъ рядовъ, находящихся въ опредѣленныхъ соотношеніяхъ и зависимостяхъ.

Предположимъ, что мы могли бы прослѣдить большое число одновременно родившихся до предѣла ихъ жизни, отмѣчая изъ этой массы числа остающихся въ живыхъ къ каждому слѣдующему году жизни, т. е. каждому послѣдующему дню рожденія, пока вся эта масса родившихся не вымретъ. Обозначая значкомъ  $x$  возрастъ, символомъ  $l_0$  — основную массу родившихся и символомъ  $l_x$ <sup>1)</sup> числа доживающихъ до полнаго возраста  $x$  лѣтъ, т. е. переживающихъ свой  $x$ -й день рожденія, мы получаемъ рядъ положительныхъ чиселъ  $l_x, l_{x+1}, l_{x+2} \dots$ , изъ коихъ каждое слѣдующее число не можетъ быть болѣе предыдущаго. Если обозначить черезъ  $\omega$  предѣльный возрастъ, до котораго дожила наблюдаемая масса родившихся, то, очевидно, что  $l_{\omega+1} = 0$ . Полученный рядъ, обозначаемый, какъ вышеуказано, символомъ  $l_x$ , и составляетъ первый основной рядъ таблицы смертности. На практикѣ, конечно, не представляется возможнымъ прослѣдить массу одновременно родившихся въ теченіе всей ихъ жизни, и величины ряда  $l_x$  получаютъ путемъ различныхъ вычисленій. Слѣдуетъ также отмѣтить, что

1) Приводимыя символическія обозначенія отдѣльныхъ элементовъ таблицы смертности приняты Лондонскимъ институтомъ актуаріевъ и пользуются международнымъ распространеніемъ.

таблицы смертности не обязательно исходить из числа родившихся, т. е.  $l_0$ , и, напр., т. наз. таблицы смертности по индивидуальнымъ наблюдениямъ, имѣющія примѣненіе главнымъ образомъ въ области страховой жизни, обычно начинаются съ какого либо полного возраста, напр. таблица смертности русскихъ страховыхъ обществъ, составленная Б. Ф. Малешевскимъ, исходить изъ числа сверстниковъ возраста 18 лѣтъ.

Если изъ чиселъ ряда  $l_x$  составить послѣдовательныя разности  $l_x - l_{x+1}$ , то разности эти, обозначаемыя символомъ  $d_x$ , показываютъ число лицъ умершихъ изъ числа дожившихъ до возраста  $x$  ранѣе достиженія возраста  $x+1$  лѣтъ. Такимъ образомъ  $d_0 = l_0 - l_1$ ;  $d_1 = l_1 - l_2$ ;  $d_2 = l_2 - l_3 \dots$ , т. е. числа умершихъ въ возрастѣ отъ  $x$  до  $x+1$  лѣтъ равны разности между числами доживающихъ до возраста  $x$  лѣтъ и числами доживающихъ до возраста  $x+1$  лѣтъ.

Изъ указанныхъ опредѣленій явствуетъ, что  $d_\omega = l_\omega$ , и что сумма всѣхъ элементовъ  $d_x = l_0$ . Принимая предѣльный возрастъ доживающихъ въ 99 лѣтъ ( $l_{100} = 0$ ), получаемъ:

$$d_0 + d_1 + d_2 \dots + d_{99} = l_0 - l_1 + l_1 - l_2 + l_2 - l_3 + \dots + \dots + l_{99} - l_{100} = l_0.$$

Иными словами, сумма величинъ ряда  $d_x$  въ таблицѣ смертности равняется исходному числу родившихся или сверстниковъ въ рядѣ  $l_x$ .

Указанныя соотношенія величинъ рядовъ  $l_x$  и  $d_x$  показываютъ, что, имѣя числа ряда  $l_x$ , можно получить числа ряда  $d_x$ , и, наоборотъ, имѣя числа ряда  $d_x$  и исходное число родившихся, можно возстановить числа ряда  $l_x$ .

Такъ какъ  $l_x$  означаетъ число лицъ, дожившихъ до полного возраста  $x$  лѣтъ, а  $d_x = l_x - l_{x+1}$  означаетъ число умершихъ при переходѣ отъ возраста  $x$  лѣтъ къ возрасту  $x+1$  лѣтъ, то дробь  $\frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$ , которую обозначаютъ символомъ  $q_x$ , можно разсматривать какъ вѣроятность для достигшихъ возраста  $x$  лѣтъ умереть въ теченіе слѣдующаго года жизни или, иными словами, не дожить до возраста  $x+1$  лѣтъ.

За математическую вѣроятность наступленія какого либо событія принимаютъ дробь, знаменатель которой означаетъ число равновозможныхъ, несовмѣстимыхъ между собою и исчерпывающихъ явленіе случаевъ, а числитель число равновозможныхъ случаевъ, благоприятныхъ этому событію. Если въ ссудѣ имѣется 8 шаровъ, изъ коихъ 5 бѣлыхъ и 3 черныхъ, то вѣроятность извлечь бѣлый шаръ  $= \frac{5}{8}$ , т. к. изъ 8 равновозможныхъ случаевъ 5 благоприятны извлеченію бѣлаго шара и

З извлеченію чернаго шара. Величина  $q_x$  въ таблицахъ смертности, разсматриваемая какъ вѣроятность для совокупности лицъ возраста  $x$  лѣтъ умереть, не доживъ до возраста  $x + 1$  лѣтъ, опредѣляется a posteriori, на основаніи результатовъ наблюденія и имѣетъ лишь формальный характеръ математической вѣроятности.

Опредѣляя вѣроятность для достигшихъ 40 лѣтъ умереть, не доживъ до 41 года,  $= \frac{11}{1000}$ , т. е.  $q_{40} = 0,011$ , мы естественно не можемъ примѣнить эту вѣроятность къ каждому наблюдаемому индивидууму данной совокупности. Для 40-лѣтняго, находящагося въ агоніи,  $q_{40} = 1$ , т. е. достовѣрности, для вполне здороваго  $q_{40}$  можетъ приближаться къ 0, и такимъ образомъ, казалось бы, что здѣсь не соблюдено основное свойство математической вѣроятности, — равновозможность случаевъ. Необходимо, однако, имѣть въ виду, что статистика вообще не касается отдѣльныхъ индивидуумовъ или отдѣльныхъ случаевъ, но объединяетъ отдѣльные случаи въ совокупности, какъ особые объекты научнаго изученія; величина  $q_{40}$  во взятомъ примѣрѣ, несмотря на формальную лишь аналогію съ математической вѣроятностью, можетъ разсматриваться какъ дѣйствительная вѣроятность для лицъ взятой совокупности 40-лѣтнихъ умереть въ теченіе слѣдующаго года жизни, въ связи съ тѣмъ общимъ признакомъ, который объединяетъ данную совокупность, т. е. съ возрастомъ.

Такъ какъ сумма вѣроятностей двухъ противоположныхъ событій равна единицѣ, и такъ какъ лица, достигшіе возраста  $x$  лѣтъ, могутъ или умереть, не доживъ до возраста  $x + 1$  лѣтъ, или дожить до этого возраста, то разность  $1 - q_x$ , обозначаемая символомъ  $p_x$ , соответствуетъ вѣроятности для лицъ возраста  $x$  лѣтъ дожить до возраста  $x + 1$  лѣтъ. Такимъ образомъ:

$$p_x + q_x = 1; \quad p_x = 1 - q_x; \quad q_x = 1 - p_x$$

Величину  $p_x$  можно, очевидно, получить и непосредственно изъ ряда  $l_x$ . Такъ какъ изъ  $l_x$  лицъ доживаетъ до возраста  $x + 1$  лѣтъ  $l_{x+1}$  лицъ, то вѣроятность для лицъ возраста  $x$  лѣтъ достигнуть возраста  $x + 1$  лѣтъ будетъ равна  $\frac{l_{x+1}}{l_x}$ .

$$p_x = \frac{l_{x+1}}{l_x}; \quad q_x = \frac{d_x}{l_x} = \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x}$$

$$p_x + q_x = \frac{l_{x+1}}{l_x} + \frac{l_x - l_{x+1}}{l_x} = 1.$$

Обозначая, какъ было выше указано, через  $\omega$  предѣльный возрастъ доживающихъ, т. е.  $l_{\omega+1} = 0$ , очевидно, что  $p_{\omega} = 0$  и  $q_{\omega} = 1$ , т. е. вѣроятность для достигшихъ возраста  $\omega$  дожить до слѣдующаго года жизни  $= 0$ , и вѣроятность для тѣхъ же лицъ умереть въ теченіе слѣдующаго года жизни признается достовѣрностью.

Получивъ тѣмъ или инымъ путемъ величины  $q_x$  или  $p_x$ , напр., путемъ сопоставленія умершихъ возраста  $x$  лѣтъ съ живущими того же возраста по переписи, можно легко вычислить величины  $l_x$  и  $d_x$  таблицы смертности.

Такъ какъ  $\frac{l_1}{l_0} = p_0$ ,  $\frac{l_2}{l_1} = p_1$ ,  $\frac{l_3}{l_2} = p_2$  и т. д., то  $l_1 = l_0 \cdot p_0$ ;  $l_2 = l_1 \cdot p_1$ ;  $l_3 = l_2 \cdot p_2$  и т. д.

Путемъ простыхъ подстановокъ находимъ:

$$\begin{aligned} l_2 &= l_0 \cdot p_0 \cdot p_1 \\ l_3 &= l_0 \cdot p_0 \cdot p_1 \cdot p_2 \\ &\dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \\ l_x &= l_0 \cdot p_0 \cdot p_1 \cdot p_2 \cdot \dots \cdot p_{x-1} \\ l_{\omega+1} &= l_{\omega} \cdot p_{\omega} = 0. \end{aligned}$$

Такимъ образомъ, принимая за исходную массу родившихся какое нибудь круглое число (1.000, 10 000, 100.000) и умноживъ его на  $p_0$ , мы получаемъ число дожившихъ до 1 года— $l_1$ ; умноживъ  $l_1$  на  $p_1$ , получаемъ число дожившихъ до 2 лѣтъ и т. д. Изъ полученныхъ величинъ доживающихъ путемъ послѣдовательныхъ вычитаній получаемъ величины умирающихъ  $d_x$ . Величины  $d_x$  можно получить и инымъ путемъ, умножая числа доживающихъ  $l_x$  на величины  $q_x$

$$d_x = l_x \cdot q_x = l_x (1 - p_x) = l_x - l_x \cdot p_x = l_x - l_{x+1} = d_x.$$

Вышеприведенныя соотношенія и зависимости составляютъ основныя свойства каждой таблицы смертности, какимъ бы путемъ она ни была построена. О полученіи изъ таблицъ смертности другихъ важныхъ біометрическихъ элементовъ, какъ-то средняя, вѣроятная и нормальная продолжительность жизни, будетъ сказано въ дальнѣйшемъ изложеніи. Изъ указанныхъ выше соотношеній усматривается, что для построения таблицы смертности достаточно получить тѣмъ или инымъ путемъ или величины  $l_x$ , или величины  $d_x$ , или величины  $q_x$  и  $p_x$ , такъ какъ каждая изъ этихъ величинъ даетъ возможность вычислить остальные. Въ связи съ тѣмъ, какой изъ указанныхъ элементовъ опредѣляется первоначально, раздѣляются и основныя методы построенія таблицъ смертности.

На практикѣ, въ зависимости отъ качества и характера имѣющагося сырого матеріала, ближайшіе детали и приемы вычисленій, въ отношеніи напр. примѣненія различныхъ способовъ интерполированія и выравниванія, учета эмиграціи и иммиграціи, образованія различныхъ совокупностей живущихъ и умершихъ и т. д., представляютъ крайнее разнообразіе, и можно, не преувеличивая, сказать, что приемовъ вычисленія таблицъ смертности имѣется столько же, сколько имѣется вообще таблицъ смертности; если же, однако, имѣть въ виду общіе принципы, лежащія въ основѣ построенія таблицъ, то главные методы, примѣнявшіеся и примѣняемые при построеніи таблицъ смертности, можно раздѣлить на 3 слѣдующія группы:

- 1) Построеніе таблицъ изъ совокупностей умершихъ, распределенныхъ по возрасту;
- 2) Построеніе таблицъ изъ совокупностей умершихъ, распределенныхъ по возрасту, и совокупностей родившихся;
- 3) Построеніе таблицъ изъ совокупностей умершихъ, распределенныхъ по возрасту и совокупностей живущихъ, распределенныхъ по возрасту.

Приведенная группировка указываетъ вмѣстѣ съ тѣмъ тотъ историческій порядокъ, въ которомъ эти 3 главные метода построенія таблицъ создавались, совершенствовались и затѣмъ оставались, за исключеніемъ послѣдняго, такъ называемаго демографическаго метода, который въ настоящее время, въ различныхъ въ отношеніи деталей модификаціяхъ, только и примѣняется на практикѣ.

Таблицы смертности обычно раздѣляютъ еще на таблицы смертности, относящіяся ко всему населенію (страны, области, города), и на таблицы смертности по индивидуальнымъ наблюденіямъ, собраннымъ въ средѣ такого общества, или группы, всякая перемѣна въ составѣ котораго можетъ быть своевременно отмѣчена, куда относятся таблицы смертности застрахованныхъ въ страховыхъ обществахъ и т. п. Въ дальнѣйшемъ краткомъ изложеніи историческаго развитія теоріи и техники построенія таблицъ имѣются въ виду преимущественно таблицы смертности всего населенія.

### III.

#### Построеніе таблицъ смертности по методу смертныхъ списковъ.

Первоначальнымъ источникомъ свѣдѣній объ умершихъ и родившихся являются церковныя записи или метрики, которыя въ Западной Европѣ въ отдѣльныхъ приходахъ стали появляться еще съ конца 6-го вѣка. Въ 16-мъ вѣкѣ церковныя книги получили уже почти повсемѣстное рас-