

смертности не представляют порядокъ вымирания реальной массы родившихся, но порядокъ вымирания фиктивного, не существовавшего поколѣнія.

На возможность построения этимъ способомъ таблицы смертности было указано В. Фарромъ ¹⁾ въ 1859 году; на практикѣ же способъ этотъ былъ впервые примѣненъ и теоретически обоснованъ академикомъ В. Я. Буняковскимъ въ 1865 г. ²⁾, почему способъ этотъ по справедливости долженъ быть названъ методомъ В. Я. Буняковского. Способъ этотъ вообще особенно широко примѣнялся въ Россіи, и всѣ главныя имѣющіяся у насъ таблицы смертности построены именно по этому способу. Въ 1867 году Кнаппъ ³⁾ примѣнилъ этотъ методъ для построения таблицы смертности населенія Ангальтскаго герцогства, причемъ подробно остановился на опредѣленіи математическихъ зависимостей между совокупностями родившихся и умершихъ. Исходя изъ этого, многіе авторы неправильно называютъ этотъ методъ построения таблицъ смертности—ангальтскимъ.

Подробнѣе объ этомъ методѣ будетъ сказано ниже при разсмотрѣніи русскихъ таблицъ смертности. Здѣсь укажемъ лишь, что методъ этотъ можетъ дать точные результаты только при отсутствіи эмиграціи и иммиграціи и при условіи, чтобы смертность въ отдѣльныхъ возрастахъ среди всѣхъ поколѣній родившихся была одинаковой, т. е. порядокъ вымирания отдѣльныхъ поколѣній въ теченіе всего времени, отдѣляющаго годъ рожденія соответствующаго поколѣнія отъ года, за который берутся данныя объ умершихъ,—былъ бы неизмѣненъ. Изъ сказаннаго видно, что, хотя способъ этотъ возникъ и чаще всего примѣнялся въ Россіи, онъ весьма мало пригоденъ для построения таблицы смертности именно населенія Россіи, гдѣ, въ связи съ періодическими неурожаями и громадными эпидеміями, особенно холеры, смертность является крайне неустойчивой.

VI.

Демографическій методъ построения таблицъ смертности.

Демографическій или косвенный способъ построения таблицъ смертности въ теченіе 19 вѣка вытѣснилъ всѣ остальные и въ настоящее время только и примѣняется для построения таблицъ. Способъ этотъ основанъ на сопоставленіи чиселъ распределенныхъ по возрастамъ умершихъ

¹⁾ W. Farr. On the construction of Life-tables. Philosophical Transactions, 1859.

²⁾ В. Я. Буняковский. Опытъ о законахъ смертности въ Россіи. Прил. къ VIII тому Записокъ Императорской Академіи Наукъ, № 6.

³⁾ G. F. Knapp. Ueber Kindersterblichkeit in Anhalt.—Mitteilungen des herzoglich Anhaltischen statistischen Bureaus. 1867, № 2.

съ числами распределенныхъ по возрастамъ живущихъ и полученіи этимъ путемъ величинъ q_x и p_x (вѣроятностей дожить или не дожить до слѣдующаго года жизни). Изъ величинъ этихъ затѣмъ уже легко опредѣляются и всѣ остальные элементы таблицы смертности. По этому способу опредѣляются величины для всѣхъ возрастовъ выше 5 лѣтъ, для возрастовъ же ниже 5 лѣтъ опредѣленія обыкновенно исходятъ изъ совокупностей родившихся и умершихъ. Построенная по демографическому способу таблица смертности представляетъ такимъ образомъ порядокъ вымиранія не дѣйствительно существовавшаго поколѣнія, но тотъ порядокъ, въ которомъ вымирала бы нѣкоторая несуществовавшая масса родившихся при повозрастной смертности, одинаковой со смертностью въ тотъ періодъ времени, за который берутся данныя объ умершихъ.

Первая таблица смертности по демографическому методу была вычислена шведскимъ астрономомъ Варгентиномъ (1717—1783) для Швеціи, ¹⁾ гдѣ съ 1749 года стали производиться каждые 3 года періодическія исчисленія населенія съ распределеніемъ живущихъ по полу и возрасту. На основаніи этихъ исчисленій, произведенныхъ въ 1757, 1760 и 1763 г. и цифръ умершихъ, распределенныхъ по полу и возрастнымъ группамъ за 1757—1763 г.г., Варгентинъ вычислилъ коэффициенты смертности для отдѣльныхъ возрастовъ; чиселъ доживающихъ до послѣдовательныхъ возрастовъ (l_x) самъ Варгентинъ не опредѣлялъ, и величины эти были вычислены его послѣдователями (Никандеромъ и др.), приравнявшими полученные Варгентиномъ коэффициенты къ вѣроятностямъ смерти для соотвѣтствующихъ возрастовъ.

Методъ Варгентина долгое время не находилъ примѣненія въ другихъ странахъ, т. к. до половины 19 вѣка переписи населенія въ большинствѣ государствъ или вовсе не производились, или же не давали чиселъ населенія, распределеннаго по возрастамъ. Почти черезъ 50 лѣтъ послѣ появленія таблицы Варгентина, въ 1815 году Мильнъ ²⁾ построилъ по этому методу таблицу смертности населенія гор. Карлейли на основаніи данныхъ объ умершихъ за 1779—1787 г.г. и переписей 1780 и 1787 г.г. Данныя о живущихъ и умершихъ были сгруппированы по 5 и 10-лѣтнимъ возрастнымъ группамъ; для перехода къ однолѣтнимъ группамъ Мильнъ примѣнилъ остроумный, практикуемый и въ настоящее время способъ графической интерполяціи.

По мѣрѣ возникновенія и совершенствованія всеобщихъ переписей населенія, демографическій методъ построенія таблицъ смертности сталъ приобрѣтать болѣе широкое распространеніе. Въ 1842 году появилась первая таблица смертности населенія Англіи и Уэльса, построенная по

¹⁾ Kongl. Svenska Vetenskaps Academiens Handlingar 1766—1767.

²⁾ J. Milne. A treatise on the valuation of annuities and assurances on lives and survivorships. 1815.

этому методу В. Фарромъ, въ 1849 году — вторая англійская таблица В. Фарра, въ 1853 году таблица Кетле для Бельгій, въ 1856 году таблица Баумгауера для Голландіи, въ 1860 г. таблица Берга для Швеціи, въ 1866 г. таблица Бертильона (старшаго) для Франціи, а съ 70-ыхъ годовъ 19 вѣка періодическое построение таблицъ смертности стало въ большинствѣ государствъ западной Европы такимъ же обязательнымъ дѣломъ, какъ и періодическое производство всеобщихъ переписей населенія ¹⁾).

Усовершенствованію и развитію теоріи и техники демографическаго метода построенія таблицъ особенно способствовали труды В. Фарра ²⁾ (1807—1883), работы котораго представляютъ вообще наиболѣе крупное и выдающееся явленіе во всей демографической литературѣ, труды А. Кетле (1796—1874) въ Бельгій, Л. А. Бертильона (1821—1883) во Франціи, Баумгауера и ванъ-Пеша въ Голландіи, Берга въ Швеціи, Кіэра въ Норвегіи, Беккера и Клаппа въ Германіи ³⁾).

Помимо техническихъ усовершенствованій въ построеніи таблицъ и установленіи различныхъ способовъ интерполированія и выравниванія, труды указанныхъ изслѣдователей освѣтили и уяснили и теоретическую сторону проблемы измѣренія смертности и построенія таблицъ.

Сопоставляя числа умершихъ извѣстнаго возраста съ числами живущихъ того же возраста по переписи, произведенной, напр., въ срединѣ того календарнаго года, за который берутся данныя объ умершихъ, мы получаемъ величину, обыкновенно называемую коэффициентомъ смертности для даннаго возраста и не соответствующую вѣроятности умереть въ теченіе слѣдующаго года жизни. Для полученія искомой вѣроятности мы должны относить число умершихъ въ предѣлахъ взятой возрастной группы къ числу всѣхъ лицъ, которымъ угрожала опасность умереть въ теченіе времени, отдѣляющаго моментъ вступленія въ данную возрастную группу и моментъ перехода изъ данной возрастной группы въ слѣдующую, иными словами, къ начальному числу живущихъ даннаго возраста, а не къ среднему, даваемому переписью. Повозрастный коэффициентъ смертности

¹⁾ Списокъ имѣющихся для отдѣльныхъ государствъ таблицъ смертности приведенъ въ приложеніи.

²⁾ Главнѣйшіе изъ многочисленныхъ трудовъ Фарра, разбросанные по различнымъ періодическимъ изданіямъ, были послѣ его смерти собраны и изданы Великобританскимъ Санитарнымъ Институтомъ подъ названіемъ: Vital Statistics. A memorial volume of selections from the reports and writings of Willam Farr, M. D., D. C. L., C. R., F. R. S., Late Superintendent of the Statistical Department of the Registrar Generals Office, England. Edited for the Sanitary Institute of Great Britain by N. A. Humphrey. 1885.

³⁾ Труды указанныхъ авторовъ приведены въ приложенномъ списокѣ литературы и таблицъ смертности.

не представляет вѣроятность, ибо числитель, т.-е. совокупность умершихъ, не входитъ цѣликомъ въ ту совокупность живущихъ, которая имѣется въ знаменателѣ. Изъ данныхъ переписи о живущихъ, распределенныхъ по возрасту, т.-е. числу прожитыхъ лѣтъ, получаются числа одновременно живущихъ не одного и того же возраста, но при однолѣтнихъ возрастныхъ группахъ различія въ предѣлахъ группы доходятъ до одного года. Въ совокупность живущихъ по переписи въ возрастѣ 40—41 лѣтъ входятъ и лица, которымъ только что исполнилось 40 лѣтъ, и лица возраста 40 лѣтъ 11 мѣсяцевъ и 30 дней. Сопоставляя эту совокупность живущихъ съ совокупностью умершихъ въ возрастѣ 40—41 лѣтъ, мы получаемъ выраженіе средней смертности въ возрастѣ 40 лѣтъ, для полученія же вѣроятности умереть при переходѣ отъ возраста 40 лѣтъ къ возрасту 41 лѣтъ совокупность умершихъ въ возрастѣ 40—41 лѣтъ должна быть очевидно сопоставлена съ совокупностью вступающихъ въ 40-лѣтній возрастъ, т.-е. переживающихъ свой сороковой день рожденія. Найти такія совокупности путемъ непосредственнаго наблюденія не представляется возможнымъ, но ихъ возможно получить косвеннымъ путемъ и въ частности въ томъ случаѣ, если живущіе и умершіе распределены не только по числу прожитыхъ лѣтъ, но и по календарному году рожденія. Для живущихъ оба распределенія совпадаютъ, если перепись производится въ послѣдній день календарнаго года, такъ какъ очевидно, что всѣ живущіе, напр., въ возрастѣ 40—41 года, по переписи, произведенной 31 декабря 1900 года, родились въ 1860 году.

На значеніе двойной классификаціи умершихъ, по числу прожитыхъ лѣтъ и по году рожденія, — для опредѣленія порядка вымирания отдѣльныхъ поколѣній было указано еще въ 1751 году Моррисомъ ¹⁾. Въ дальнѣйшемъ значеніе такой двойной классификаціи было подробно развито и обосновано знаменитымъ французскимъ физикомъ и математикомъ Ж. Фурье (1768—1830), стоявшемъ одно время во главѣ Парижскаго городского статистическаго бюро ²⁾. Въ 1866 году ванъ-Пешъ ³⁾, профессоръ статистики въ Амстердамѣ, настаивая на необходимости, въ цѣляхъ построенія точныхъ таблицъ смертности, двойной классификаціи живущихъ и умершихъ, далъ стройную систему опредѣленія математическихъ зависимостей между различнаго вида совокупностями живущихъ и умершихъ. Эти математическія зависимости впослѣдствіи под-

¹⁾ C. Morris. Observations on the past growth and present state of the city of London. 1751.

²⁾ Notions générales sur la population. Вр: Recherches statistiques sur la ville de Paris et le département de la Seine. Année 1821. Работа опубликована безъ подписи автора.

³⁾ A. J. Van Pesch. Aperçu des tables de mortalité. 1866.

верглись дальнѣйшему изученію въ работахъ Кнаппа, Лексиса и Цейнера ¹⁾.

Совокупности живущихъ, въ цѣляхъ измѣренія смертности, можно раздѣлить на два вида. Такъ наз. совокупность живущихъ перваго вида или, выражаясь сокращенно, первая совокупность живущихъ представляет совокупность лицъ одного поколѣнія, дожившихъ до опредѣленнаго возраста въ теченіе даннаго календарнаго года. Совокупность эта тождественна съ совокупностью лицъ, родившихся послѣ опредѣленнаго момента и достигающихъ одинаковаго возраста до другого опредѣленнаго момента или съ совокупностью лицъ, родившихся до опредѣленнаго момента и достигшихъ одинаковаго возраста послѣ другого опредѣленнаго момента. Такъ, напр., лица 40-лѣтняго возраста, родившіяся между 1 января и 31 декабря 1860 года и, слѣдовательно, принадлежащія къ поколѣнію 1860 года, тождественны съ лицами, переживающими въ 1900 году свой 40-вой день рожденія, или съ лицами, родившимися послѣ 1 января 1860 года и пережившими 40-вой день рожденія до 31 декабря 1900 года или же съ лицами, родившимися до 31 декабря 1860 года и пережившими 40-вой день рожденія послѣ 1 января 1900 года. Совокупность родившихся представляет частный случай первой совокупности живущихъ. Вторая совокупность живущихъ представляет совокупность лицъ одного поколѣнія, доживающихъ не до опредѣленнаго возраста, а до опредѣленнаго момента; совокупность эта тождественна съ совокупностью лицъ, родившихся послѣ опредѣленнаго момента и переживающихъ другой опредѣленный моментъ по достиженіи извѣстнаго возраста или съ совокупностью лицъ, родившихся до опредѣленнаго момента и переживающихъ другой опредѣленный моментъ до достиженія извѣстнаго возраста. Такою второю совокупностью живущихъ является, напр., совокупность лицъ возраста отъ 40 до 41 года, зарегистрированная при переписи, произведенной въ послѣдній день какого либо календарнаго года. Вторая совокупность живущихъ отличается отъ первой совокупности живущихъ на извѣстную совокупность умершихъ; такъ, напр., совокупность лицъ, достигшихъ 40-лѣтняго возраста въ теченіе 1900 года, отличается отъ совокупности лицъ, находящихся 31 декабря 1900 года въ возрастѣ отъ 40 до 41 года, на совокупность лицъ, родившихся въ 1860 году, пережившихъ 40-вой день рожденія и умершихъ до 31 декабря 1900 года.

Что касается совокупностей умершихъ, то здѣсь слѣдуетъ различать три вида совокупностей. Первою совокупностью умершихъ обозначают совокупность лицъ одного поколѣнія, умершихъ при переходѣ отъ возраста x къ возрасту $x+1$ лѣтъ. Такъ какъ родившіеся въ одномъ

¹⁾ Работы этихъ авторовъ указаны въ приложенномъ спискѣ литературы.

календарномъ году умирають въ предѣлахъ какой либо однолѣтней возрастной группы въ теченіе 2 календарныхъ лѣтъ, то, очевидно, для полученія этой совокупности необходимы наблюденія надъ умершими въ теченіе не менѣе 2 календарныхъ лѣтъ. Родившіеся, напр., въ 1860 году и умирающіе въ возрастѣ отъ 40 до 41 года умирають въ этомъ возрастѣ въ теченіе времени съ 1 января 1900 года по 31 декабря 1901 года; родившійся 1 января 1860 года и умирающій въ свой 40-вой день рожденія умереть 1 января 1900 года, родившійся 31 декабря 1860 года и умирающій въ возрастѣ 40 лѣтъ 11-и мѣсяцевъ и 30-и дней умереть 31 декабря 1901 года. Эта совокупность умершихъ перваго вида можетъ быть выражена разностью двухъ послѣдовательныхъ совокупностей живущихъ перваго вида. Разность, напр., между числами лицъ поколѣнія 1860 года, переживающими свой 41-й и 40-й день рожденія, составляетъ, очевидно, число умершихъ изъ поколѣнія родившихся въ 1860 году, при переходѣ отъ возраста 40 лѣтъ къ возрасту 41 года. Вторая совокупность умершихъ представляетъ совокупность лицъ одного поколѣнія, умершихъ въ теченіе одного календарнаго года. Возрастъ умершихъ здѣсь различается на 2 года жизни. Родившіеся, напр., въ 1860 году и умирающіе въ 1900 году умирають въ возрастныхъ предѣлахъ отъ 39 лѣтъ до 41 года; родившійся 31 декабря 1860 года и умирающій 1 января 1900 года въ день смерти имѣетъ 39 лѣтъ отъ рожденія, родившійся 1 января 1860 года и умирающій 31 декабря 1900 года имѣетъ почти 41 годъ отъ рожденія. Совокупность умершихъ втораго вида можетъ быть выражена разностью двухъ совокупностей живущихъ втораго вида. Разность, напр., между числами родившихся въ 1860 году и переживающихъ 31 декабря 1899 года и числами родившихся въ 1860 году и переживающихъ 31 декабря 1900 года составить, очевидно, число умершихъ въ 1900 году изъ поколѣнія родившихся въ 1860 году. Третья совокупность умершихъ представляетъ совокупность лицъ, умершихъ въ теченіе календарнаго года въ возрастѣ отъ x до $x+1$ лѣтъ, т. е. принадлежащихъ къ поколѣніямъ родившихся въ теченіе двухъ календарныхъ лѣтъ. Умершіе, напр., въ 1900 году въ возрастѣ отъ 40 до 41 года родились частью въ 1860 году, частью-же въ 1859 году. Эту совокупность умершихъ можно разбить на сумму двухъ разностей, изъ которыхъ одна представляетъ разность между двумя первыми совокупностями живущихъ, а другая—между двумя вторыми совокупностями живущихъ, или же на разность между двумя суммами первыхъ и вторыхъ совокупностей живущихъ. Число умершихъ, напр., въ возрастѣ отъ 40 до 41 года въ 1900 году равняется разности между числами переживающихъ въ 1900 году свой 40-ой и 41-й день рожденія + разности между числами живущихъ въ возрастѣ отъ 40 до 41 года 31 декабря 1899 г. и

31 декабря 1900 г., или же равняется числу живущихъ въ возрастѣ отъ 40 до 41 года 31 декабря 1899 г. + переживающихъ въ 1900 году свой 40-й день рожденія за вычетомъ числа живущихъ въ возрастѣ отъ 40 до 41 года 31 декабря 1900 года + переживающихъ въ 1900 году свой 41-й день рожденія.

Для цѣлей опредѣленія необходимыхъ для построенія таблицы смертности вѣроятностей q_x и p_x главное значеніе принадлежитъ первымъ совокупностямъ живущихъ и умершихъ, такъ какъ при дѣленіи первой совокупности умершихъ, т. е. умершихъ изъ одного поколѣнія при переходѣ отъ возраста x къ возрасту $x+1$ лѣтъ, на первую совокупность живущихъ, т. е. совокупность лицъ того же поколѣнія, дожившихъ до возраста x , мы и получаемъ искомую вѣроятность смерти въ теченіе слѣдующаго года жизни (q_x). На практикѣ нахожденіе первыхъ совокупностей живущихъ и умершихъ наиболѣе точнымъ образомъ возможно, если живущіе и умершіе распределены по двумъ признакамъ возраста, — числу прожитыхъ лѣтъ и календарному году рожденія, и подлежатъ учету т. наз. элементарныя совокупности умершихъ, представляющія разность между первою и второю совокупностью живущихъ. Каждая изъ трехъ вышеуказанныхъ совокупностей умершихъ складывается изъ двухъ элементарныхъ совокупностей умершихъ, а первая совокупность живущихъ равняется суммѣ второй совокупности живущихъ и элементарной совокупности умершихъ, и, наоборотъ, вторая совокупность живущихъ равна суммѣ первой совокупности живущихъ и элементарной совокупности умершихъ. Число лицъ, напр., изъ поколѣнія 1860 года, переживающихъ свой 40-ой день рожденія, равняется числу лицъ этого поколѣнія, переживающихъ 31 декабря 1900 года + числу лицъ этого поколѣнія, умирающихъ до 31 декабря 1900 года, переживъ свой 40-ой день рожденія.

Предположимъ, что мы имѣемъ числа живущихъ по переписи, произведенной 31 декабря 1900 года, и числа умершихъ въ теченіе 1900 и 1901 г.г., распределенныхъ по возрасту и году рожденія, и желаемъ опредѣлить вѣроятность умереть въ теченіе слѣдующаго года жизни для лицъ, достигшихъ 40-лѣтняго возраста. Обозначимъ черезъ a число лицъ въ возрастѣ отъ 40 до 41 года, зарегистрированныхъ при переписи, т. е. родившихся въ 1860 году, черезъ d' — умершихъ въ 1900 году въ возрастѣ 40—41 года, родившихся въ 1860 году, и черезъ d'' — умершихъ въ 1901 году въ возрастѣ 40—41 года, родившихся въ 1860 году. Для нахожденія знаменателя необходимо опредѣлить число лицъ, родившихся въ 1860 году и пережившихъ свой 40-ой день рожденія. Въ число это прежде всего, очевидно, входятъ всѣ лица a , зарегистрированные при переписи, и затѣмъ лица d' , которыя родились въ 1860 году и умерли въ 1900 году, въ возрастѣ 40—41 года.

т. е. пережили свой 40-ой день рожденія. Такимъ образомъ изъ поколѣнія, родившагося въ 1860 году, $a + d'$ лицъ пережили 40-ой день рожденія, и изъ числа этихъ лицъ $d' + d''$ умерли, не доживъ до 41-го дня рожденія, и искомая вѣроятность можетъ быть выражена отношеніемъ

$$q_{40} = \frac{d' + d''}{a + d'} \quad , \quad \text{и}$$

$$p_{40} = 1 - \frac{d' + d''}{a + d'} = \frac{a - d''}{a + d'}$$

Если перепись производится не въ послѣдній день года, а, напр. какъ въ Германіи, 1-го декабря, то для опредѣленія q_x обозначимъ черезъ d_1 лицъ умершихъ до переписи, но послѣ соответственнаго дня рожденія, черезъ d_2 — лицъ умершихъ въ годъ переписи послѣ ея производства, но до дня рожденія, и черезъ d_3 — лицъ умершихъ въ годъ переписи послѣ ея производства и послѣ дня рожденія. Число лицъ, пережившихъ соответственный день рожденія, составитъ $a + d_1 - d_2$, и искомая вѣроятность опредѣлится отношеніемъ

$$q_x = \frac{d_1 + d_3 + d''}{a + d_1 - d_2}$$

Указанный способъ опредѣленія величинъ q_x и p_x теоретически является, несомнѣнно, наиболѣе точнымъ; на практикѣ же дѣло обстоитъ нѣсколько иначе, и практическіе результаты примѣненія этого способа для измѣренія смертности не вполне окупаютъ излишней большой работы, сопряженной съ регистраціей и сводкой данныхъ объ умершихъ и живущихъ по двумъ возрастнымъ признакамъ. Такая регистрація поэтому производится лишь въ небольшомъ числѣ государствъ,—въ Голландіи, Норвегіи, Швейцаріи и Германіи. Способъ этотъ, съ одной стороны, можетъ дать вполне точные результаты только для двухъ примыкающихъ къ переписи годовъ, при построеніи же таблицы смертности по даннымъ объ умершихъ за большее число лѣтъ, приходится прибѣгать къ интерполированію, чѣмъ теоретическая точность способа значительно умалется. Съ другой стороны, при построеніи таблицы смертности приходится прежде всего считаться съ крайними неточностями возрастной статистики какъ живущихъ, такъ и умершихъ, въ связи съ преобладаніемъ въ показаніяхъ возраста круглыхъ чиселъ, т. е. чиселъ кратныхъ 5-и. Постановка вопроса о годѣ рожденія вмѣсто вопроса о числѣ прожитыхъ лѣтъ далеко не устраняетъ эти неточности, т. к. лица, показывающія, по незнанію или

небрежности, свой возраст или возраст умершаго въ круглых цифрахъ, и при вопросѣ о годѣ рожденія даютъ такія же невѣрные показанія, высчитывая или сами, или черезъ регистратора соотвѣтственный невѣрный годъ рожденія. Для примѣра въ слѣдующей табличкѣ сопоставлены для нѣкоторыхъ возрастовъ цифры умершихъ женскаго пола въ Германіи (1905 г.) ¹⁾, гдѣ умершіе регистрируются по возрасту и году рожденія, и въ Англіи (1911 г.) ²⁾, гдѣ регистрація ведется только по возрасту.

Число умершихъ женскаго пола въ возрастѣ.	Англія.	Германія.
58—59 лѣтъ.	2651	4709
59—60 »	2663	5066
60—61 »	2921	5668
61—62 »	2745	5374
62—63 »	3097	6124
63—64 »	3099	6382
64—65 »	3229	6675
65—66 »	3373	7213
66—67 »	3292	7028
67—68 »	3422	7141

Преувеличеніе чиселъ въ возрастахъ 60 и 65 лѣтъ съ преуменьшеніемъ чиселъ въ смежныхъ возрастахъ одинаково выражено какъ въ англійскихъ, такъ и въ германскихъ данныхъ, несмотря на различную форму регистраціи.

Степень неточностей возрастной статистики живущихъ и умершихъ, можно сказать, обратно пропорціональна культурности даннаго населенія, и постановка вопроса о годѣ рожденія оказываетъ лишь незначительное вліяніе на степень неточностей. Неточности эти, напр., при переписяхъ наблюдаются, впрочемъ, и тамъ, гдѣ населеніе сплошь грамотно и привыкло къ переписямъ; такъ въ Германіи, гдѣ переписи производятся каждые 5 лѣтъ, и вопросъ ставится о годѣ рожденія, при переписи 1910 года число лицъ женскаго пола въ возрастахъ 40, 60 и 70 лѣтъ опредѣляется слѣдующимъ образомъ: ³⁾.

Число лицъ въ возрастѣ:		Число лицъ въ возрастѣ:		Число лицъ въ возрастѣ:	
38—39 лѣтъ.	425 976	58—59 лѣтъ.	236.321	68—69 лѣтъ.	162.465
39—40 »	341.397	59—60 »	215 885	69—70 »	125.353
40—41 »	394.446	60—61 »	235.652	70—71 »	142 002
41—42 »	383.697	61—62 »	213.663	71—72 »	113.479
42—43 »	362.555	62—63 »	204.459	72—73 »	107.869

¹⁾ Vierteljahrshefte zur Statistik des Deutschen Reichs, 1907, I.

²⁾ 74 Annual Report of the Registrar General of births, deaths and marriages in England and Wales. 1913.

³⁾ Vierteljahrshefte zur Statistik des Deutschen Reichs, 21 Jahrgang, 1912, H. 3.

Въ связи съ неточностями возрастной статистики, и при вышеуказанномъ теоретически вполне точномъ способѣ опредѣленія вѣроятностей q_x и p_x , на практикѣ нельзя обойтись безъ выравниванія получаемыхъ величинъ, чѣмъ теоретическая точность способа на практикѣ опять таки значительно умалется. Съ другой стороны, и при отсутствіи данныхъ о распредѣленіи умершихъ и живущихъ по двумъ возрастнымъ признакамъ, представляется возможнымъ опредѣлить путемъ вычисленій величины q_x и p_x , съ достаточной для практическихъ цѣлей точностью.

Въ основѣ этихъ вычисленій лежитъ предположеніе о равномерномъ распредѣленіи смертности въ теченіе каждаго года жизни, предположеніе достаточно близкое къ дѣйствительности для всѣхъ возрастовъ, кромѣ дѣтскаго возраста до 2—3 лѣтъ. Такъ какъ для измѣренія смертности въ дѣтскомъ возрастѣ обычно исходятъ изъ совокупностей родившихся, то указанная оговорка не имѣетъ практическаго значенія.

Символь l_x въ таблицѣ смертности означаетъ число лицъ доживающихъ изъ даннаго числа l_0 родившихся до возраста x лѣтъ. При равномерномъ распредѣленіи смертности, число доживающихъ до $x + \frac{1}{2}$ лѣтъ составитъ среднее арифметическое изъ чиселъ доживающихъ до возраста x лѣтъ и до возраста $x + 1$ лѣтъ. Такимъ образомъ

$$l_{x + \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (l_x + l_{x+1})$$

Полученное среднее населеніе обозначаютъ символомъ P_x и число умершихъ черезъ d_x . Отношеніе числа умершихъ даннаго возраста къ среднему населенію даннаго возраста обыкновенно называютъ коэффициентомъ смертности и обозначаютъ эту величину символомъ m_x . Такимъ образомъ

$$m_x = \frac{d_x}{P_x} \quad \text{или} \quad m_x = \frac{d_x}{l_{x + \frac{1}{2}}};$$

$$\text{такъ какъ } l_{x + \frac{1}{2}} = \frac{1}{2} (l_x + l_{x+1})$$

$$\text{и} \quad l_{x+1} = l_x - d_x$$

$$\text{то} \quad l_{x + \frac{1}{2}} = l_x - \frac{1}{2} d_x$$

$$\text{и} \quad l_x = l_{x + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2} d_x$$

Вѣроятность дожить до слѣдующаго года жизни (p_x) = числу доживающихъ до возраста $x + 1$ лѣтъ, дѣленному на число доживающихъ до возраста x лѣтъ:

$$\begin{aligned} p_x &= \frac{l_{x+1}}{l_x} = \frac{l_x - d_x}{l_x} = \frac{l_x - \frac{1}{2} d_x - \frac{1}{2} d_x}{l_{x + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2} d_x} = \\ &= \frac{l_{x + \frac{1}{2}} - \frac{1}{2} d_x}{l_{x + \frac{1}{2}} + \frac{1}{2} d_x}; \end{aligned}$$

раздѣливъ числителя и знаменателя на $l_x + 1/2$, получимъ:

$$p_x = \frac{1 - 1/2 \frac{d_x}{l_x + 1/2}}{1 + 1/2 \frac{d_x}{l_x + 1/2}}$$

а такъ какъ $\frac{d_x}{l_x + 1/2} = m_x$,

$$\text{то } p_x = \frac{1 - 1/2 m_x}{1 + 1/2 m_x} = \frac{2 - m_x}{2 + m_x}$$

$$\text{и } q_x = 1 - \frac{2 - m_x}{2 + m_x} = \frac{2 m_x}{2 + m_x}$$

Изъ изложеннаго видно, что, опредѣливъ, путемъ сопоставленія чиселъ умершихъ въ возрастъ отъ x до $x + 1$ лѣтъ съ среднимъ населеніемъ этого возраста, коэффициентъ смертности m_x , мы можемъ получить и необходимыя для построенія таблицы смертности величины p_x и q_x .

Величины p_x и q_x можно получить и непосредственно изъ основнаго матеріала.

Дѣйствительно

$$m_x = \frac{d_x}{P_x} \quad (a) \text{ и}$$

$$p_x = \frac{2 - m_x}{2 + m_x} \quad (б)$$

Подставивъ въ (б) значеніе m_x изъ (а), получимъ

$$p_x = \frac{2 - \frac{d_x}{P_x}}{2 + \frac{d_x}{P_x}} = \frac{2 P_x - d_x}{2 P_x + d_x} = \frac{P_x - 1/2 d_x}{P_x + 1/2 d_x}$$

$$\text{и } q_x = 1 - \frac{P_x - 1/2 d_x}{P_x + 1/2 d_x} = \frac{d_x}{P_x + 1/2 d_x}$$

Такимъ образомъ для опредѣленія приближеннаго выраженія вѣроятности умереть въ теченіе слѣдующаго года жизни достаточно раздѣлить

число умершихъ въ данномъ возрастѣ на число живущихъ даннаго возраста, увеличенное на половину числа умершихъ того-же возраста. Этотъ способъ обычно и примѣняется для построения таблицъ смертности тамъ, гдѣ не ведется регистраціи умершихъ по двумъ возрастнымъ признакамъ, и не даны элементарныя совокупности умершихъ. Для возрастовъ до 5 лѣтъ величины p_x и q_x опредѣляются путемъ сопоставленія умершихъ не съ живущими, а съ родившимися; равнымъ образомъ и для очень преклоннаго возраста способъ примѣняется съ различнаго рода поправками.

Приведенныя выше указанія далеко не исчерпываютъ всѣхъ трудностей, соединенныхъ съ построеніемъ таблицы смертности. Въ этомъ отношеніи приходится прежде всего считаться съ неточностями возрастной статистики живущихъ и умершихъ. Въ составленной непосредственно на основаніи сырыхъ матеріаловъ о живущихъ и умершихъ таблицъ смертности вѣроятности q_x и p_x обычно даютъ при переходѣ отъ одного возраста къ другому болѣе или менѣе значительные скачки, числа доживающихъ идутъ неправильно, и кривая смертности, построенная на основаніи такой таблицы, представляетъ неправильную ломанную линію. Между тѣмъ вымираніе поколѣній и смертность въ послѣдовательныхъ возрастахъ протекаетъ по извѣстному закону природы, въ которой не бываетъ скачковъ и неправильностей. Величины смертности могутъ быть для отдѣльныхъ возрастовъ выше или ниже, возрастать при переходахъ отъ одного возраста къ другому медленнѣе или быстрѣе, но рѣзкихъ колебаній, отклоненій и перемѣнъ при переходахъ отъ одного возраста къ другому наблюдаться не должно, и неправильности и отклоненія являются результатомъ случайныхъ ошибокъ и недостаточно большого числа наблюдений. Изъ изложеннаго вытекаетъ необходимость выравниванія таблицъ смертности, имѣющаго цѣлью получить для кривой смертности болѣе или менѣе плавную линію. Способы выравниванія раздѣляются на графическіе, механическіе и аналитическіе; примѣненіе тѣхъ или иныхъ способовъ не поддается опредѣленію какими либо прочно установленными правилами и зависитъ отъ свойства и качества имѣющагося матеріала и индивидуальности и опытности изслѣдователя. Выравниванію подвергаютъ или сырые матеріалы о живущихъ и умершихъ, или полученныя вѣроятности, или-же и тѣ и другія величины. Произведенное съ должной осторожностью и чувствомъ мѣры выравниваніе въ значительной степени устраняетъ ошибки наблюденія и различныя случайныя ошибки въ статистическихъ матеріалахъ, и выравненныя таблицы смертности, несомнѣнно, даютъ болѣе близкую къ дѣйствительности картину, чѣмъ таблицы невыравненныя, представляющія рядъ фиктивныхъ, основанныхъ на ошибочныхъ данныхъ, величинъ. Въ качествѣ примѣра непригодности невыравненныхъ таблицъ, особенно тамъ, гдѣ основной матеріалъ очень плохъ,

приведемъ вѣроятности смерти для лицъ женскаго пола въ возрастѣ 56 — 64 лѣтъ изъ венгерской таблицы смертности (1900—1901 г.г.) ¹⁾.

		Вѣроятность умереть въ теченіе слѣдующаго года жизни на 1.000.
Въ возрастѣ	56 л.	27,75
» »	57 »	23,63
» »	58 »	35,89
» »	59 »	17,35
» »	60 »	48,24
» »	61 »	23,08
» »	62 »	49,28
» »	63 »	43,79
» »	64 »	43,65

Кромѣ выравниванія, при построеніи таблицъ смертности приходится, въ зависимости отъ свойства имѣющихся данныхъ, производить и рядъ другихъ исправленій и вычисленій, какъ то учесть эмиграціи и иммиграціи, интерполированіе, когда умершіе и живущіе распределены не по одностолѣтнимъ возрастнымъ группамъ, и когда таблица основывается на данныхъ двухъ или болѣе переписей и пр. Къ интерполированію прибѣгаютъ иногда и въ случаяхъ крайней неточности основныхъ данныхъ.

VII.

Средняя и вѣроятная продолжительность жизни населенія.

Таблицы смертности даютъ возможность опредѣлить рядъ біометрическихъ величинъ, изъ коихъ наиболѣе важными являются величины средней продолжительности жизни.

Средняя продолжительность жизни или, сокращенно, средняя жизнь, обозначаемая символомъ E_x , представляетъ то число лѣтъ, которое въ среднемъ предстоитъ прожить одному лицу изъ данной совокупности родившихся или изъ совокупности лицъ, достигшихъ извѣстнаго возраста. Величина эта, естественно, различная для различныхъ возрастовъ. E_0 обозначаетъ среднюю продолжительность жизни при рожденіи, E_{20} —среднюю продолжительность предстоящей жизни для достигшихъ 20 лѣтъ, E_{40} —среднюю продолжительность предстоящей жизни для достигшихъ 40 лѣтъ и т. д. Если бы мы имѣли возможность прослѣдить очень большое число новорожденныхъ или сверстниковъ, достигающихъ каждаго послѣдующаго года жизни, до ихъ смерти и вычислили бы ту сумму лѣтъ, которая прожита всѣми данными новорожденными, и тѣ суммы лѣтъ,

¹⁾ Mortalitätstafel der Länder der Ungarischen Krone.—Ungarische Statistische Mitteilungen, Bd. II.