М. Е. Подтягин

Методы изучения амортизации

(Амортизация паровозов и барж) [1]

I. Кривые вымирания

Выбывание имущества и вымирание людей имеют между собою много общего. Родившийся человек и вновь выстроенный паровоз проживут неизвестное число лет — смерть их зависит от множества причин, большинство из которых „случайного" характера, т.-е. действие их в каждом отдельном случае не может быть рассчитано. Об'единение этих индивидуальных случаев смерти в массовые статистические совокупности дает возможность установить ряд изумительных закономерностей. Ни в одной области науки и практики статистика не справляла таких пышных триумфов, как в теории смертности и в страховании жизни людей. Невозможность страхования жизни имущества вообще, независимо от причин его смерти (огня, гибели на транспорте и т. п.), обусловила вместе с тем почти полную неразработанность вопроса об изучении смертности имущества. [2]

Только в плановом хозяйстве проблема амортизации, а следовательно, и изучения законов вымирания имущества приобретает полный актуальный интерес.

Мы не будем сейчас перечислять тех общеизвестных крупных проблем, которые стоят перед нами в этой области; все они упираются в необходимость дать ясную схематическую картину процессов вымирания — восстановления имущества и заполнить эту схему конкретным материалом по каждому интересующем у нас виду имущества. [3]

---

[1] Исследование смертности паровозов и барж было поставлено в Госплане С. Г. Струмилиным, который поручил мне разработать математико-статистические основы теории амортизации и на основе их закончить исследование.

В настоящей статье я делаю попытку элементарно об'яснить логическую сущность тех моих построений, которые, полагаю, легче всего решают основные проблемы теории амортизации и дают пути статистического исследования. Все счетные работы были произведены Ф. Ф. Яблонской и Е. Н. Люстих под руководством Е. Н. Бухмана. Чертежи выполнены в Диаграмм-бюро.

[2] В Германии практикуется страхование машин от поломок и, наконец, одно страховое общество Haus-Leben-Versicherungs—A. G. ввело „универсальное страхование машин" как от поломок, так и от износа (см. ряд статей Dr. Krammer в „Technik und Wirtschaft": „Die Versicherung der Maschine gegen Bruch", Okt. 1921; „Die Versicherung im Dienst der Sachwerterhaltung, Apr. 1924; „Abschreibung und Versicherung", Nov. 1924.

[3] После доклада основных тезисов работы по амортизации паровозов в Госплане я получил возможность ознакомиться с интересной работой проф. М. М. Филоненко-Бородич: „Математические основы теории амортизации". Путь избранный им, как увидим, очень трудный, не лишен ошибок, а выводы не опираются на статистический материал.

В настоящей статье мы даем такую общую теоретическую схему вымирания, а также статистическую картину смертности паровозов с 1858 по 1913 гг. и речных барж с 1875 по 1912 гг. Эти схемы и построения облекаются в математические формы, но мы в настоящей статье постараемся дать им логическую интерпретацию и сделать доступными читателю, незнакомому с высшей математикой.

Возьмем какую-либо совокупность родившихся, скажем, 1 января 1900 г. (напр., тысячу тонн шпал, одну тысячу людей, одну тысячу паровозов). Предположим вначале, для простоты, что все элементы этой совокупности способны жить целое число лет, т.-е. умирают только 1 января 1901 г., 1902 г. и т. д., другими словами будем считать минимальной единицей времени — год. Кроме того, предположим, для упрощения схемы, что изучаемые нами об'екты вымирают в течение небольшого ряда лет — скажем, семи. Тогда мы получим следующую простую схему вымирания.

Фиг. *a* и *b*

Исходной точкой в этой геометрической фигуре является вершина угла, обозначенная 0. От этого начала, обозначаемого x_0, на горизонтальной линии — оси абсцисс — отложены отрезки — абсциссы, равные одному году, двум годам и т. д. и обозначаемые: x_1, x_2, и т. д. Эти отрезки дают геометрическое представление о течении времени, начиная с 1 января 1900 г. В течение первого года до 1 января 1901 г. количество об'ектов, в нашей совокупности живущих, остается одним и тем же, равным площади прямоугольника, основание которого от x_0 до x_1 равно 1, а высота (ордината) равна l_1; если основание прямоугольника обозначим через $\Delta x = 1$, то получим для площади выражение: $\Delta x . l_1 = l_1$. Таким образом, количество об'ектов, родившихся, 1 января 1900 г. и живущих в течение первого года до 1 января 1901 г., равно l_1. Через год — 1 января 1901 г. — из этого начального количества l_1 какое-то количество об'ектов умрет; это количество умерших об'ектов на площади l_1 выделено снизу черной краткой. Так как оно умерло в течение первого года из числа l_1 живущих, то обозначим его через l'_1. Эта совокупность умерших l'_1 выделена нами из совокупности живущих l_1, поэтому будем называть совокупность умерших l'_1 производной совокупностью от совокупности живущих l_1. Такое принятое нами наименование и обозначение, как увидим ниже, очень целесообразно.

После смерти об'ектов l'_1 из совокупности живущих l_1 останется жить в течение второго года $l_1 - l'_1 = l_2$ — совокупность доживших до второго года или совокупность живущих второго года, изображенная на фигуре (*a*) вторым столбиком. Из нее в конце второго года умрет производная совокупность умерших l'_2, заштрихованная „решеткой" внизу площади. Продолжая этот процесс выбывания, мы доходим до последнего года — седьмого, в течение которого умирают последние об'екты из совокупности родившихся в 1900 году — l'_7, изображенные незаштрихованным столбиком. Величину столбиков мы взяли совершенно произвольно, равно как и предельное число лет (7), а потому все наши выводы применимы к любому случаю.

Легко видеть, что

$$l_1 = l'_1 + l'_2 + l'_3 + l'_4 + l'_5 + l'_6 + l'_7 = \Sigma l' \quad . \; . \; . \; . \; . \; (1)$$

(где Σ — знак суммирования).

Перенося нижние столбики — совокупности умерших — в отдельную нижнюю фигуру (*b*), мы получим картину распределения родившихся в 1900 году по годам смерти, другими словами, по возрасту, в котором они умирают, т.-е. по продолжительности жизни или службы.

Площадь всей этой фигуры, следовательно, равна $\Sigma l'$.

Второй столбик верхней кривой $l_2 = l_2' + l'_3 + l'_4 + l'_5 + l'_6 + l'_7$, что можно выразить кратко следующим образом: $l_2 = \sum_2^7 l'_x$ (числа 2 и 7 показывают, что мы, суммируя, вместо x должны подставлять все числа от 2 до 7).

Очевидно также $l_3 = \sum_3^7 l'_x$; в общем виде

$$l_n = \sum_n^7 l'_x \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (2)$$

Таким образом, каждый (n-ный) член — каждый столбик верхней фигуры (*a*) есть сумма соответствующего (n-ого) члена или столбика нижней фигуры (*b*) и всех последующих членов.

Другими словами, верхняя кривая дожитий есть кривая последовательных сумм членов нижней кривой — кривой смертности. Такая кривая сумм называется огивой Гальтона (одного из основоположников современной математической статистики).

II. Норма амортизации

Предположим, что мы рассматриваем такое стационарное народное хозяйство, в котором производство из года в год стоит на одном и том же уровне. Скажем, из года в год вырабатывается одно и то же число паровозов — l_1 штук. Если этот процесс поступления имущества в эксплоатацию (ежегодно по l_1 штук) продолжается больше семи лет (больше предельного срока службы самой долговечной единицы имущества), то независимо от того, когда возникло предприятие, эксплоатирующее данное имущество, каков его был об'ем раньше и как изменялся, — в настоящее время об'ем всего имущества и его состав по срокам службы будет в точности соответствовать фигуре a.

Действительно, если мы применительно к нашему случаю возьмем 1906 г., то все имущество, поступившее до 1900 г. (т.-е. больше 7 лет назад), вымерло уже. Имущество в об'еме l_1, поступившее 1 января 1900 г., вымерло почти все, за исключением верхней (белой) части наиболее долговечной — со сроком службы в 7 лет, — которая равна l_7. Имущество в об'еме l_1, поступившее 1 января 1901 года, вымерло, за исключением двух частей, и равно, следовательно, столбику l_6 и т. д. Наконец, имущество, родившееся 1 января 1906 г., еще цело в полном об'еме и равно столбику l_1. Таким образом, все наличное имущество в 1906 году равно

$$l_7 + l_6 + l_5 + l_4 + l_3 + l_2 + l_1 = \sum_1^7 l'_x = N \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (3)$$

Наша фигура (a) дает нам уже не динамическую кривую дожитий одного поколения l_1, родившегося 1 января 1900 г., а статическую картину состава имущества в 1906 г., состоящего из семи поколений. Фигура a дает теперь не только представление об общем постоянном об'еме (N) всего наличного имущества, при условии ежегодного поступления в эксплоатацию нового имущества в об'еме l_1, но и дает полную картину распределения этого имущества по срокам службы и по возрасту. Мало того, из нее мы видим какое количество имущества выбывает ежегодно и какого состава по сроку службы. Действительно, скажем, 1 января 1907 г. из наличного имущества N умрут следующие элементы: из имущества l_1 (рождения 1906 г., возраста 1 года) умрет нижняя часть, залитая черной краской, ибо срок службы этой части — один год. Из имущества l_2 (рождение 1905 г.) умрет нижняя часть, заштрихованная „решеткой", ибо срок службы этой части — 2 года, и т. д. Последний столбик l_7 (рождения 1900 г., возраста 7 лет) умрет весь. Таким образом, 1 января 1907 г. умрет нижняя часть фигуры a, в точности равная фигуре b и в точности равная как по об'ему, так и по составу первому столбику l_1. Следовательно, в таком

стационарном хозяйстве каждый год поступает l_1 единиц и каждый год выбывает того же состава $\sum_1^7 l' = l_1$ единиц.

Имущество сохраняет свой об'ем, равный N, и свой состав по срокам службы, который рисуется фигурой a. Между об'емом имущества (N), выбывающей ежегодно частью ($\Sigma l'$) и равным ей необходимым амортизационным отчислением (l_1) устанавливается твердое отношение. Это отношение $\frac{l_1}{N}$ („коэфициент смертности"), выраженное в процентах, называется процентным амортизационным отчислением или нормой амортизации:

$$m_{\%} = \frac{100\, l_1}{N} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (4)$$

Таким образом, если общее постоянное количество паровозов равно 20.000 (N) в результате ежегодного поступления на рельсы 500 (l_1) паровозов, то норма $m_{\%} = \frac{100.500}{20.000} = \frac{100}{40} = 2{,}5\%$. Из фигуры a видно, что величина этой нормы, т.-е. величина N при данном l_1, зависит от распределения l_1 по срокам службы, т.-е. от формы кривой смертности ($в$).

Обратное отношение $\frac{N}{l_1}$ постоянной величины капитала и части ежегодно выбывающей, очевидно, есть не что иное как средний срок службы, который мы подвергнем подробному анализу в следующем разделе статьи.

Здесь же необходимо еще раз подчеркнуть, что выводы этого раздела получены нами при рассмотрении стационарного хозяйства через много лет после его возникновения при условии, что оно ежегодно (в течение $n = 7$ лет) пополнялось новыми l_1 единицами имущества. Конечно, всегда можно, исходя из заданного об'ема имущества N и среднего срока службы, т.-е. нормы амортизации, так пополнять имущество (по l_1 в год), что оно через ряд лет войдет в нашу схему (a) [1].

III. Средний срок службы

Средний срок службы $E_0 = \frac{N}{l_1}$ — отношение постоянной величины капитала к части, ежегодно выбывающей, — может быть логически определен и другим путем. Для определения среднего срока службы

[1] В „Вестнике Статистики" появится работа Е. Н. Бухмана, исследовавшего (как и проф. Филоненко-Бородич) процесс выбытия и поступления имущества с момента возникновения предприятия в об'еме N единиц и рассматривающего статическое хозяйство" (которое является предметом наших теоретических схем) как предел этих процессов. От работы проф. Филоненко-Бородич она отличается большей логической стройностью.

или жизни l_1 новых единиц, вступающих в работу, надо сумму лет, проработанных каждой единицей, разделить на число единиц, т.-е. на l_1. Число единице-лет (по аналогии с таким выражением, как человеко-дни) легко определить из кривой дожития (a): в первый год после рождения l_1 единиц они все жили и работали — мы имеем l_1 единице-лет, во второй год осталось l_2 единиц, которые дают l_2 единице-лет службы и т. д.; в последний год l_7 единице-лет.

Фиг. c.

Всего имеем $\sum_1^7 l_x = N$ единице-лет. Откуда средний срок службы

$$E_0 = \frac{N}{l_1} \text{ лет} \quad . \; . \; (5)$$

Наконец, средний срок службы E_0 может быть определен и из кривой смертности. Кривая смертности ($в$) дает распределение имущества, поступающего в эксплоатацию (l_1) по возрасту смерти. Заметим, что для стационарного хозяйства мы имеем полное право считать форму этой кривой неизменной, другими словами, каждая новая партия l_1 имущества имеет одну и ту же структуру по долговечности единиц ее составляющих, при обычной статистической посылке, что число этих единиц практически достаточно велико, чтобы проявился закон больших чисел. Для кривой смертности мы легко получаем средне-арифметическую взвешенную по формуле

$$E_0 = \frac{\sum_1^7 x \,.\, l'_x}{\Sigma l'} = \frac{\Sigma x \,.\, l'_x}{l_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (6)$$

Средний возраст, в котором умирают вновь вступающие единицы ($l_1 = \Sigma l'$) есть, очевидно, их средний срок службы.

Из формул 5 и 6 вытекает, что $N = \sum_1^7 x \,.\, l'_x$. Для иллюстрации этого уравнения рассмотрим состав наличного имущества на фигуре a. Каждый столбик на фигуре a состоит из ряда стоящих друг на друге частей l'. Не изменяя общего об'ема N, переставим эти части столбиков l' так, чтобы в каждом столбике стояли части с одинаковой штриховкой (одинаковой долговечности), т.-е. распре-

делим все единицы, из которых состоит имущество N, по срокам их полной службы.[1]

Теперь мы видим, что столбики этой кривой состава равны столбикам кривой смертности, умноженным каждый на соответствующий x, и об'ем всей фигуры N (сумма столбиков) равен

$$l'_1 + 2l'_2 + 3l'_3 + 4l'_4 + 5l'_5 + 6l'_6 + 7l'_7 = \sum_1^7 x \,.\, l'_x$$

Отсюда получаем сводное уравнение для среднего срока службы вновь вступающих единиц (l_1)

$$E_0 = \frac{N}{l_1} = \frac{\sum_1^7 x \,.\, l'_x}{l_1} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7)$$

Далее, норма амортизации (уравнение 4) $m\% = \frac{100 \,.\, l_1}{N}$, если ее взять не в процентах $m = \frac{l_1}{N}$, то она дает равенство

$$m = \frac{1}{E_0} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (7a)$$

Понятие среднего срока службы вновь вступающих единиц очень часто смешивают с понятием среднего срока службы всего наличного имущества. Это равносильно тому, как если бы мы не различали средней продолжительности жизни 1.000 новорожденных детей и средней полной продолжительности жизни 1.000 жителей какого-либо дома. Совокупность 1.000 жителей есть отобранная совокупность, из которой уже устранены (умерли) наименее долговечные единицы. Если для новорожденных мы получили бы среднюю жизнь 35 лет, для детского дома — 40 лет, то для дома престарелых инвалидов могли бы получить 65 лет. Средний полный срок службы наличного имущества N, который обозначим через E_N, легко определяется из фигуры c, как средне-арифметическое взвешенное.

$$E_N = \frac{1 \,.\, l'_1 + 2 \,.\, 2l'_2 + 3 \,.\, 3l'_3 + \ldots}{N} = \frac{\Sigma x^2 l'_x}{\Sigma x \, l'_x} \quad . \; . \; . \; . \; . \; (8)$$

Так как легко доказать, что при любых значениях l и x

$$\Sigma x^2 l'_x > \frac{(\Sigma x \, l'_x)^2}{\Sigma l'_x}, \text{ то } E_N > \frac{\Sigma x \, l'_x}{\Sigma l'_x}$$

т.-е. всегда $E_N > E_0$ . . . . . (9)[3]

---

[1] Несомненно было бы целесообразным полный срок службы называть долговечностью, но мы не решаемся изменять принятую терминологию.

[2] Как мы уже отметили, проф. Филоненко-Бородич избрал крайне сложный и трудный путь: он исходил не из кривой вымирания (огивы Гальтона), каковым путем шли статистики в теории смертности, а ввел кривую распределения наличного имущества по срокам службы. Это, благодаря нестрогости определений,

В конце своей работы проф. Филоненко-Бородич говорит: „В заключение сделаем весьма важное для практики замечание. Для определения ежегодного амортизационного отчисления принято стоимость данной части основного капитала делить на средний срок службы единиц этой части (курсив мой. М. П.). Но это не верно, что можно подтвердить на простом числовом примере: имеем 3 единицы по 1 рублю, со сроком службы 5, 10 и 15 лет. Средний срок службы $\frac{5+10+15}{3}=10$ лет. Ежегодное отчисление $\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}=\frac{11}{30}$ рублей. Срок погашения 3 рублей: $\frac{11}{30}=8\frac{2}{11}<10$ лет. На практике средний срок службы чаще всего устанавливается технически, т.-е. соответственно самому смыслу этого понятия (курсив мой. М. П.); но дальнейшая операция получения ежегодного отчисления по формуле (капитал, деленный на средний срок службы) неверна и дает преуменьшенное значение“ (курсив Филоненко-Бородича).

В этом „важном для практики“ замечании проф. Филоненко-Бородич, несомненно, говорит о среднем сроке службы, наличных единиц капитала или имущества (E_N), хотя не ясно отдает ли он сам себе в этом отчет. Во всяком случае он совершенно не прав, когда с одобрением замечает: „на практике средний срок службы чаще всего устанавливается технически, т.-е. соответственно смыслу этого понятия“.

Если мы „технически“ установим средний срок службы всех наличных единиц какого-либо имущества E_N, напр., 10 лет для всех шпал на путях, то называть этот срок просто „средний срок службы“ это значит называть не „соответственно смыслу этого понятия“. Под среднем сроком службы шпал нужно разуметь средний срок службы изготовляемых и поступающих в эксплоатацию шпал вообще, каковой срок ($E_o=8\frac{2}{11}$ лет) и будет меньше среднего срока службы

терминологии и обозначений дает повод к неправильному пониманию его мыслей, а иногда обнаруживает некоторые ошибки. Я думаю, что облегчу ознакомление с его работой, если отмечу здесь, что „кривая квот“ в его работе есть не что иное как кривая смертности (стр. 126). Только один раз во всей своей работе он рассматривает кривую распределения вновь вступающего имущества по срокам службы (см. стр. 102), и здесь средний срок службы этого имущества обозначает через x_c и правильно подчеркивает, что он меньше „среднего ожидаемого срока службы всей совокупности“, который он обозначает через x_{ct}, т.-е., в наших обозначениях, что $E_o<E_N$. К сожалению, за исключением этого места, всюду он рассматривает кривую распределения наличного (хотя он об этом и не говорит) имущества по сроку службы (наша фигура c) и средний срок службы всего наличного имущества уже называет просто средним сроком службы и обозначает не через x_{ct}, а через x_c, (стр. 123, 131, 132). Средний же срок службы вступающего имущес ва называет уже средним сроком погашения и обозначает через x_q. Отсюда получается та путаница, которую мы сейчас рассмотрим в тексте.

наличных шпал (E_N), из коих выбыли в первую очередь и, следовательно, в большей пропорции шпалы недолговечные — с малыми сроками службы. „На практике“ можно установить (о чем во второй части нашей статьи) как E_N, так и E_o. Во взятом примере проф. Филоненко-Бородича наличное имущество N состоит из 3 единиц (каждая единица равняется, напр., 1.000 шпал). Состав его, следовательно, соответственно фигуре c будет

Число единиц y	1	1	1
Срок службы x	5	10	15

откуда средний срок службы их $E_N=\frac{1\,.\,5+1\,.\,10+1\,.\,15}{1+1+1}=$ $=10$ лет.

Чтобы из кривой состава (c) получить кривую смертности, мы знаем, что надо столбики (y) кривой состава разделить на соответствующие x. Получим кривую смертности, которая дает представление, сколько единиц и какого срока выбывает (и поступает) ежегодно.

Число единиц l'	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{15}$
Срок службы x	5	10	15

Отсюда ежегодное отчисление (l_1) по формуле $l_1=\Sigma l'=\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+$ $+\frac{1}{15}=\frac{11}{30}$ единиц. Средний срок службы вновь вступающего имущества, т.-е. средний срок службы всех шпал по формуле

$$E_o=\frac{\Sigma x\,l'_x}{\Sigma l'}=\frac{5\cdot\frac{1}{5}+10\cdot\frac{1}{10}+15\cdot\frac{1}{15}}{\frac{1}{5}+\frac{1}{10}+\frac{1}{15}}=8\frac{2}{11}\text{ лет.}$$

И нормальное отношение между этими величинами: $l_1=\frac{N}{E_o}=$ $=3:8\frac{2}{11}=\frac{11}{30}$ единиц. Но, конечно, l_1 (ежегодное отчисление) не равно $\frac{N}{E_N}$. Проф. Филоненко-Бородич прав, говоря, что, $\frac{N}{E_N}$ дает преуменьшенное значение, ибо $E_N>E_o$ (см. формулу 9).

IV. Средний возраст наличного имущества и оставшийся срок службы

Мы уже видели в разделе II статьи, что фигура a дает представление о составе наличного имущества по возрасту (T). Средний возраст его (T) определим, как средне-арифметическое взвешенное, но при этом мы должны принять во внимание, что при принятом нами условии поступления имущества раз в год — 1 января, возраст первой части имущества — l_1 — будет в течение года изменяться от 0 до 1 года, поэтому мы должны принять его в среднем равным полугоду, возраст l_2 — равным $1^1/_2$ годам и т. д. Отсюда

$$T = \frac{1}{N}\left(\frac{1}{2}l_1 + \frac{3}{2}l_2 + \frac{5}{2}l_3 + \frac{7}{2}l_4 + \frac{9}{2}l_5 + \frac{11}{2}l_6 + \frac{13}{2}l_7\right)$$

$$2\,TN = 1l_1 + 3l_2 + 5l_3 + 7l_4 + 9l_5 + 11l_6 + 13l_7$$

Разлагая каждое l на его составные части l', получаем $2\,TN =$

$$\begin{aligned} &1l'_1 + 1l'_2 + 1l'_3 + 1l'_4 + 1l'_5 + 1l'_6 + 1l'_7 \\ &+ 3l'_2 + 3l'_3 + 3l'_4 + 3l'_5 + 3l'_6 + 3l'_7 \\ &+ 5l'_3 + 5l'_4 + 5l'_5 + 5l'_6 + 5l'_7 \\ &+ 7l'_4 + 7l'_5 + 7l'_6 + 7l'_7 \\ &+ 9l'_5 + 9l'_6 + 9l'_7 \\ &+ 11l'_6 + 11l'_7 \\ &+ 13l'_7 \end{aligned}$$

Суммируя по вертикалям, обратим внимание, что $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots (2n-1) = \frac{2n \cdot n}{2} = n^2$ (арифметическая прогрессия, где n — число членов, $2n-1$ — последний член и n^2 — сумма членов).

$$2\,TN = 1l'_1 + 2^2 l'_2 + 3^2 l'_3 + 4^2 l'_4 + 5^2 l'_5 + 6^2 l'_6 + 7^2 l'_7.$$

$$T = \frac{\Sigma x^2 l'_x}{2N} = \frac{E_N}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (10)^1$$

То-есть средний возраст единиц наличного имущества в стационарном хозяйстве равен половине полного среднего срока службы наличного имущества.

Отсюда очевидно, что оставшийся срок службы наличного имущества, который обозначим через

$$E_T = E_N - T = \frac{E_N}{2} = T \quad \ldots\ldots\ldots (11)^2$$

[1] Устанавливая это равенство, проф. Филоненко-Бородич по обыкновению не различает E_N и E_o, но совершенно правильно в этом месте указывает на аналитическую зависимость кривой квот ($в$), кривой распределения по возрастам ($а$) и кривой распределения по (полным) срокам службы (наличного) имущества ($с$). К сожалению, он не развил и не использовал эту связь.

[2] Буквой E со значком, указывающим возраст (напр., E_T), обозначают остающийся срок службы для единиц такого то возраста. E_o равное среднему полному сроку службы новых единиц, есть в то же время и остающийся срок службы для единиц, возраст которых равен 0. Из этого принципа обозначения мы сделали одно исключение, когда внизу E поставили не время, а обозначение предметов, именно E_N, подразумевая под этим полный (а не остающийся) срок службы единиц N. Мы не вводим новой буквы для полного срока, так как под средним сроком E_o подразумевают полный срок службы новых единиц.

Что оставшийся срок службы равен среднему возрасту, это также видно непосредственно из фигуры a, если ее рассматривать как состояние имущества N в данный момент. Все величины, из которых мы определяем средний возраст и средний оставшийся срок службы, будут одинаковыми: т.-е. одинаковым x (абсциссам) будут соответствовать одинаковые столбики (ординаты).

В возрасте от 0 до 1 года мы имеем l_1 единиц имущества — первый столбик. Осталось же служить от 0 до 1 года следующим частям N: из первого столбика нижней черной части, которая имеет полный срок службы 1 год; из второго столбика, который находится в возрасте больше года также самой нижней части и т. д. вплоть до седьмого столбика, который имеет срок службы 7 лет, но уже находится в возрасте больше 6 лет. Итак, в течение ближайшего года вымрут все нижние части столбиков, отделенные черной линией; в сумме $\Sigma l'$ они равны первому столбику равны l_1. Также мы докажем, что срок службы от 1 до 2 лет имеют все вторые от низу части столбиков, каковые в сумме дадут l_2 и т. д.

Итак, средний возраст наличного имущества (T) равен среднему оставшемуся сроку службы того же имущества (E_T) и каждый из них равен половине полного среднего срока службы наличного имущества $\frac{(E_N)}{2}$.

$$T + E_T = E_N \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (12)$$

Для дальнейшего изложения нам понадобится определить оставшийся срок службы единицы имущества, находящейся в таком-то возрасте. Для новорожденных единиц (из совокупности l_1) в момент рождения — другими словами, для единиц в возрасте 0 — оставшийся срок службы равен, очевидно,

$$E_0 = \frac{\sum_1^7 l_x}{l_1}$$

т.-е. среднему сроку службы.

Вообще для единиц из числа l_1, возраст которых мы приняли равным полугоду, мы, рассуждая так же как рассуждали при выводе E_0, т.-е. подсчитывая число единице-лет, получим оставшийся срок службы:

$$E_{1/2} = \frac{\sum_1^7 l - \frac{l_1}{2}}{l_1} = \frac{\sum_1^7 l_x}{l_1} - \frac{1}{2} \quad \ldots\ldots\ldots (13)$$

так как эти единицы, имея уже полгода, проживут не полное число единице-лет: $\sum_{1\frac{1}{2}}^{7} l_x$, а меньше на $\frac{l_1}{2}$ на половину первого столбика l_1 фи-

гуры a. Для единиц l_2, возраст которых мы приняли равным $1\,{}^1/_2$ года, оставшийся срок равен

$$E_{1\,{}^1/_2} = \frac{\sum\limits_2^7 l - \frac{l_2}{2}}{l_2} = \frac{\sum\limits_2^7 l}{l_2} - {}^1/_2 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (13a)$$

и т. д. Для единиц l_7 (в возрасте $6\,{}^1/_2$ лет) имеем, наконец, $E_{6\,{}^1/_2} = \frac{l_7 - \frac{l_7}{2}}{l_7} = 1 - {}^1/_2 = {}^1/_2$ года. Для контроля из этих формул (13) можем еще раз получить средний взвешенный оставшийся срок службы всего наличного имущества (распределение по возрасту дает фигура a), средний возраст которого равен T.

$$E_T = \frac{1}{N}\left[\left(\frac{\sum\limits_1^7 l}{l_1} - {}^1/_2\right) l_1 + \left(\frac{\sum\limits_2^7 l}{l_2} - {}^1/_2\right) l_2 + \ldots + \frac{l_7}{2}\right]$$

Раскрывая круглые скобки и производя сложение подобных членов (l_1, l_2 и т. д.), получим:

$$E_T = \frac{1}{N}\left[{}^1/_2\, l_1 + {}^3/_2\, l_2 + {}^5/_2\, l_3 + \ldots + \frac{13}{2} l_7\right]$$

Из вывода формулы 10 мы видели, что правая часть этого равенства равна $\frac{E_N}{2}$ и, таким образом, мы вновь получили формулу 11.

В разделе третьем статьи мы установили весьма важное положение, что полный средний срок службы всего наличного имущества $(N) - E_N$ выше среднего срока службы нового имущества E_0, так как в наличном имуществе преобладают относительно более долговечные единицы, „выжившие, наиболее здоровые“ экземпляры. Теперь мы должны подчеркнуть еще один важный момент.

Если мы возьмем единицу из l_2 в возрасте $1\,{}^1/_2$ лет, то оставшийся срок ее службы равен, как мы видели, $E_{1\,{}^1/_2} = \frac{\sum\limits_2^7 l}{l_1} - {}^1/_2$.

Так как эта единица уже прожила $1\,{}^1/_2$ года, то полный ее срок равен

$$\frac{\sum\limits_2^7 l}{l_2} - {}^1/_2 + 1\,{}^1/_2 = \frac{\sum\limits_2^7 l}{l_2} + 1,$$

каковая величина больше среднего срока службы новой единицы, который равен

$$E_0 = \frac{\sum\limits_1^7 l}{l_1} = \frac{\sum\limits_2^7 l + l_1}{l_1} = \frac{\sum\limits_2^7 l}{l_1} + 1,$$

так как знаменатель первого выражения (l_2) меньше знаменателя второго выражения (l_1). Отсюда получаем одно из важнейших положений: всякая живущая единица имущества (возраста >0) имеет полный срок службы больше, чем средний срок службы данного (нового) имущества.

$$x + E_x > E_0, \text{ если } x > 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (14)$$

Необходимо иметь в виду, что когда мы говорим о сроке службы единицы в возрасте $1\,{}^1/_2$ лет, то мы говорим не о действительном сроке службы этой единицы, а о среднем сроке службы совокупности единиц, каждая из которых имеет полтора года. Наша единица может быть проживет меньше, может быть больше: как наивероятнейший срок мы берем средний срок полуторагодичных единиц. Но эта совокупность полуторагодичных единиц имеет, конечно, более длительный полный срок жизни, чем совокупность новорожденных единиц, так как первая совокупность отличается от второй отсутствием самых недолговечных единиц, вымерших в возрасте от 0 до $1\,{}^1/_2$ года.

Естественно, что оставшийся срок службы единиц с увеличением возраста падает, так что

$$E_x < E_0, \text{ если } x > 0 \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (15)$$

V. Ценность имущества и амортизационный фонд

До сих пор мы категории ценности совершенно не касались, говоря о количественном об'еме имущества N, состоящего из единиц различной долговечности.

Ценность (среднее количество общественно-необходимого труда для их производства) новых единиц имущества N принимается нами одинаковой (паровозов или шпал и т. п.), равно как и их долговечность. Если даже с самого начала некоторые единицы в силу случайных причин обладают большей долговечностью (напр., шпала, случайно из лучшего куска дерева вырезанная), то мы считаем, что эти обстоятельства нам неизвестны и долговечность всех новых единиц мы оцениваем одинаково, хотя мы знаем, что они проживут разное время и, прежде всего, не от их первоначальных свойств, а от случайных обстоятельств, которые по разному будут складываться для различных единиц: грунт для шпал, климат для шпал и паровозов, уход для паровозов, об'ем их работы и т. д.

В настоящей статье мы не будем рассматривать проблему понижения качеств единиц (работоспособности) в зависимости от возраста; мы будем считать, что старая шпала или паровоз или рельс несут свою службу одинаково хорошо с новыми, а также не будем касаться вопроса об их ремонте и расходе на этот ремонт.

Исходя из этого, старую единицу мы будем оценивать ниже новой лишь потому, что мы оцениваем ее долговечность ниже, чем новой единицы. Другими словами, единицы имущества оцениваются нами пропорционально их долговечности. Таким образом, повторяем, все новые единицы имущества возраста равного 0 из состава l_1 оцениваются нами одинаково (так как мы не знаем в данный момент, принадлежат ли они к l'_1 или к l'_2 и т. д.,— это станет известно лишь тогда, когда они умрут), исходя из среднего срока службы их — E_o.

Старые единицы, в возрасте >0, будут оцениваться нами дешевле, пропорционально их оставшимся срокам службы.

Ценность новой единицы мы принимаем за единицу (скажем, рубль), так что ценность всего нового капитала, об'ема $N = N \cdot 1 = N$ рублей. Ценность единицы возраста $1^1/_2$ года (из l_2) равна $\frac{E_{1^1/_2}}{E_o}$ рубля. Эта единица прослужила уже полтора года; ее работу за эти полтора года мы должны оценить в принятых нами единицах в размере $\frac{1^1/_2}{E_o}$ рубля. Следовательно, в настоящее время, когда этой единице полтора года, мы можем сказать, что если бы мы знали (чего мы никогда не можем знать) при рождении этой единицы, что она проживет всего $1^1/_2 + E_{1^1/_2}$ лет, то мы бы оценили ее тогда в $\frac{1^1/_2 + E_{1^1/_2}}{E_o}$ рубля, т.-е. дороже (формула 14) тех новых единиц, о продолжительности жизни которых мы ничего не знаем. Такая повышенная оценка этой нашей единицы происходит за счет понижения оценки тех единиц, которые умерли, не достигнув $1^1/_2$ года. Для ясности возьмем какой-нибудь конкретный пример; скажем, имеем единицу имущества в возрасте 7 лет, остающийся срок службы которой равен 3 годам, тогда как средний срок службы новых единиц равен 8 годам. Тогда ценность этой единицы в настоящее время равна $^3/_8$ рубля. Но она уже проделала работу, стоящую $^7/_8$ рубля. Стоимость ее работы за всю ее жизнь равна $\frac{7+3}{8} = \frac{10}{8}$ рубля. Мы можем сказать, что она износилась уже на $\frac{^7/_8 \cdot 100}{^{10}/_8}\ ^0/_0 = 70\ ^0/_0$, а процент ее годности равен $\frac{^3/_8 \cdot 100}{^{10}/_8} = 30\ ^0/_0$, но такой способ выражения был бы нецелесообразен, так как он не включает момента оценки этой единицы.

Эта единица, с долговечностью выше средней, более дорогая, и поэтому при одном и том же проценте износа она должна цениться дороже, чем другая единица с меньшим сроком жизни. Если новая единица стоит рубль при среднем сроке ее жизни в 8 лет, то мы должны сказать, что наша единица в возрасте 7 лет, уже проделала работу или „износилась“ на $^7/_8$ рубля, а ее годность (3 года) равна $^3/_8$ рубля. Мы можем сказать, что процент

ее годности равен $^3/_8 \cdot 100 = 37^0/_0$, подразумевая под этим, что она оценена или годна в размере $37^0/_0$ от ценности новой единицы[1], но не делать отсюда вывода, что она износилась на $63^0/_0$, так как она отработала или „износилась“ по отношению к новой единице — с средним сроком в 8 лет — на $/_8 \cdot 100^0/_0$, т.-е. на $87^0/_0$. Вообще, я думаю, что если говорить о ценности единицы, выражая ее в процентах годности по отношению к новой единице по формуле

$$^0/_0 \text{ годности} = \frac{E_x}{E_o} \cdot 100^0/_0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (16)$$

то лучше вовсе не измерять „износа“ в процентах, так как высокий, скажем, процент износа сам по себе ничего не говорит, он может происходить от относительно-высокого возраста данного имущества при высоком проценте его годности. Только этот последний дает прямой ответ о состоянии имущества по сравнению с новым имуществом.

Все имущество стационарного об'ема имеет оставшийся срок службы E_T, который равен половине полного срока службы E_N (11). Отсюда ценность всего имущества

$$N = N\frac{E_T}{E_o} = \frac{N}{2} \cdot \frac{E_N}{E_o} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (17)$$

Так как $E_N > E_o$ (9), то значит ценность наличного имущества больше половины ценности имущества такого же об'ема, но состоящего из N новых единиц.

Вместе с тем, наличное имущество N, имеющее средний возраст $T = \frac{E_N}{2}$, проделало работу или „износилось“ на ту же величину

$$N \cdot \frac{E_N}{2} \cdot \frac{1}{E_o} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad (18)$$

Получается кажущийся парадокс: имущество „износилось“ больше чем на $50^0/_0$ по отношению к новому имуществу того же об'ема и вместе с тем оно имеет процент годности больший, чем $50^0/_0$. Для правильной оценки этого факта необходимо иметь в виду, что „износ“ наличных единиц имущества $N > 50^0/_0$ не означает обесценения капитала N рублей $> 50^0/_0$, так как „износ“ наличных единиц по отношению к новым на величину $> 50^0/_0$ отчасти компенсировался увеличением средней долговечности наличных единиц по отно-

[1] Проф. Филоненко-Бородич, к сожалению, счел возможным оперировать с „вероятной“ средней остаточной стоимостью, которая получается делением оставшегося срока службы данной единицы на полный срок ее службы, что дает преуменьшенный процент годности, не сопоставимый с ценностью новых единиц.

Этот же совершенно неправильный принцип принят и в Инструкции по проведению инвентаризации основного имущества железных дорог СССР (Изд. НКПС, 1927 г.).

шению к средней долговечности новых единиц (E_o). К определению обесценения капитала в N рублей (истинного износа) надо подойти иначе.

Амортизационные отчисления ставят своей задачей покрыть то обесценение, которое происходит с имуществом во время его службы. С этой точки зрения подойдем теперь к амортизационному отчислению, об'ем которого — l_1 — мы установили ранее. Имущество об'ема N, в каком бы возрасте оно ни находилось, обесценивается ежегодно на одну и ту же величину. N единиц в течение года проделывают работу равную N единице-лет. Так как за единицу ценности мы приняли стоимость новой единицы, равную 1 рублю, при среднем сроке службы этой единицы в E_o лет, то стоимость работы 1 единице-года равна $\frac{1}{E_o}$ рубля, а стоимость работы N единице-лет равна $N \cdot \frac{1}{E_o} = \frac{N}{E_o} = l_1$. Таким образом, имущество об'ема N, новое или старое безразлично, ежегодно обесценивается на l_1 рублей.

Если предположить, как это делает проф. Филоненко-Бородич что предприятие сразу возникло в об'еме N, каковой и сохраняет в дальнейшем (случай частного хозяйства), то в первые годы обесценение имущества на l_1 рублей ежегодно не будет сопровождаться выбытием l_1 единиц, и обесценение имущества будет компенсироваться созданием амортизационного фонда. Размер его очень просто установить. Так как амортизационные отчисления в точности компенсируют обесценение, другими словами стоимость, имущества и амортизационного фонда всегда в сумме равна N рублей, то амортизационный фонд равен N рублей минус стоимость наличного имущества (возраста T) $+ \frac{N}{2} \cdot \frac{E_N}{E_o}$ (формула 17), т.-е. $N - \frac{N}{2} \cdot \frac{E_N}{E_o} = N\left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{E_N}{E_o}\right)$ рублей. Так как E_N больше E_o, то амортизационный фонд меньше половины стоимости нового имущества в N рублей.[1] Другими словами, обесценение капитала (или износ имущества) N составляет сумму меньшую, чем $\frac{N}{2}$ рублей. Таким образом, под износом имущества надо подразумевать не работу, проделанную наличными единицами имущества, а обесценение капитала, которое измеряется разницей между полной ценностью капитала и оставшейся ценностью или годностью имущества.

Этот истинный взнос имущества можно подсчитать и непосредственно. Капитал в N новых единиц, стоимостью в N рублей претерпел два процесса: 1) Менее долговечные единицы его вымерли,

[1] Проф. Филоненко-Бородич, не различая E_N от E_0, получил фонд, равный половине стоимости нового имущества.

заменившись более долговечными. Поэтому ценность наличных N единиц повысилась в сравнении с первоначальной ценностью настолько, насколько E_N больше E_o. Благодаря этому капитал в N рублей превратился в капитал $N \frac{E}{E_o}$ рублей, или увеличился на $N \frac{E_N}{E_o} - N = N\left(\frac{E_N}{E_o} - 1\right)$ руб. 2) Наличные единицы же N в то же время „износились", как мы видели (18), на $N \frac{E_N}{2 E_o}$ рублей.

В результате общее обесценение первоначального капитала N рублей равно „износу" наличного имущества минус увеличение ценности, вследствие увеличения долговечности:

$$N \frac{E_N}{2 E_o} - N\left(\frac{E_N}{E_o} - 1\right) = N\left(1 - \frac{1 E_N}{2 E_0}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (19)$$

Получим то же, что и раньше для износа капитала или амортизационного фонда.

VI. Заключение

На основе разработанных нами схем во второй части статьи мы рассмотрим методы статистического изучения амортизации имущества на конкретном примере смертности паровозов и барж за большой промежуток времени. Здесь мы столкнемся с проблемами динамического хозяйства, реконструкции хозяйства — морального износа—и дадим ответ на некоторые вопросы, которые стоят перед нами на практике советского хозяйства.

Из этой первой части мы, помимо теоретических схем, должны сохранить для второй части в качестве важнейших положений следующие выводы:

1. В стационарном хозяйстве (в какой-либо отрасли народного хозяйства), в котором ежегодно производится и поступает в эксплоатацию l_1 единиц (напр., шпал), имущество через некоторое число лет (равное предельному сроку службы самой долговечной единицы) становится стационарным как по об'ему (N), так и по составу — по долговечности (срокам службы) единиц, его составляющих. Ежегодно из него выбывает l_1 единиц и ежегодно вновь поступает в эксплоатацию l_1 единиц одинакового состава по срокам службы.

2. Делением об'ема имущества (N) на количество ежегодно выбывающее (l_1) получаем средний срок службы всего производимого и поступающего в эксплоатацию имущества $E_o = \frac{N}{l_1}$.

3. Полный срок службы какой-либо единицы равен ее возрасту плюс оставшийся (предполагаемый, вероятный) срок ее службы. Полный срок службы новой единицы (возраста, равного 0) равен, следовательно, среднему (ожидаемому) сроку службы $= E_o$. Всякая живущая единица имущества (возраста больше 0) имеет полный срок службы, больший, чем средний срок службы новой единицы. Поэтому средний

полный срок службы наличного имущества N больше среднего срока службы всего производимого имущества, т.-е. $E_N > E_o$.

4. В стационарном хозяйстве возраст наличного имущества равен половине его полного срока службы E_N и таким образом оставшийся срок его службы также равен половине полного срока.

5. Ценность каждой новой единицы имущества l_1 принимается нами одинаковой, равно как и их долговечность (предполагаемая, вероятная), равная среднему сроку службы имущества E_o. Если ценность новой единицы мы примем за единицу, скажем, рубль, то ежегодно единица имущества проделывает работу стоимостью в $\frac{1}{E_o}$ рубля, т.-е. обесценивается или изнашивается на эту величину. Каждую единицу имущества мы можем оценить, умножая оставшийся срок ее службы на $\frac{1}{E_o}$. Таким образом, ценность новой единицы равна $E_o \cdot \frac{1}{E_o} = 1$ рубль. Ценность единицы возраста x с оставшимся сроком службы E_x равна $E_x \cdot \frac{1}{E_o} = \frac{E_x}{E_o}$. Инструкция НКПС недооценивает имущества, деля оставшийся срок службы на полный срок службы данной единицы, вместо того, чтобы делить на средний срок службы (E_o).

6. Стационарное имущество об'ема N имеет оставшийся срок службы, равный $\frac{E_N}{2}$, следовательно, процент его годности равен $\frac{1}{2} \cdot \frac{E_N}{E_o} \cdot 100\%$. Так как $E_N > E_o$, то значит ценность наличного имущества N больше половины ценности нового имущества об'ема N.

7. Имущество об'ема N любого возраста и состава обесценивается ежегодно на $N \cdot \frac{1}{E_o} = l_1$ рублей. Следовательно, амортизационное отчисление равно l_1. Норма амортизации $m\% = \frac{l_1 \cdot 100}{N} = \frac{100}{E_o}\%$. Не различая средний срок службы всего производимого имущества E_o и средний полный срок службы наличного имущества E_N, многие впадали в грубые ошибки.

8. В стационарном хозяйстве амортизационное отчисление равно ежегодно выбывающей части. Если имущество сразу возникло в об'еме N новых единиц, то в первые годы накопляется амортизационный фонд, равный обесценению, равный износу имущества, равный $N\left(1 - \frac{1}{2} \cdot \frac{E_N}{E_o}\right)$, каковой меньше половины стоимости нового имущества.

9. Износ имущества измеряется не работой, проделанной наличными единицами имущества (их физической изношенностью), а обесценением капитала, которое равно разнице между ценностью нового имущества и ценностью наличного имущества.

(Окончание в следующем номере)